



Titre: Modélisation du drainage et de la rétention sur la table plate d'une
Title: machine à papier

Auteur: Christine Gagnon
Author:

Date: 1997

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Gagnon, C. (1997). Modélisation du drainage et de la rétention sur la table plate
Citation: d'une machine à papier [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6720/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6720/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**MODÉLISATION DU DRAINAGE
ET DE LA RÉTENTION SUR LA TABLE PLATE
D'UNE MACHINE À PAPIER**

CHRISTINE GAGNON
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ES SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CHIMIQUE)
AOÛT 1997



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33133-4

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION DU DRAINAGE
ET DE LA RÉTENTION SUR LA TABLE PLATE
D'UNE MACHINE À PAPIER

présenté par : GAGNON Christine

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise es sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PERRIER Michel, Ph.D., président

M. PARIS Jean, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. RUIZ Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GARNIER Gil, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

- Je voudrais remercier le CTP, plus particulièrement André Lemaître, pour m'avoir accueillie dans le groupe génie papetier;
- Je remercie Jean Paris pour avoir dirigé ce projet de maîtrise et Jean Ruiz pour son encadrement et ses conseils;
- Je voudrais remercier Jean-Claude Roux, professeur à l'EFPG, pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée et les renseignements qu'il m'a fournis pendant la rédaction de mon mémoire;
- Je remercie le programme de coopération France-Québec pour son soutien financier;
- Je tiens à remercier Eric, Pascal, Sylvie, Thierry, Denise et Julie pour leur amitié et les moments inoubliables passés ensemble à Grenoble;
- Finalement, je remercie tous les nouveaux amis rencontrés au laboratoire de génie papetier de l'Ecole Polytechnique (un merci spécial à Christophe pour son aide et sa patience...), avec lesquels j'ai passé de si bons moments que les huit derniers mois se sont écoulés à la vitesse de l'éclair !

RÉSUMÉ

A l'heure actuelle, où les exigences en matière de protection de l'environnement deviennent de plus en plus grandes, l'industrie papetière se voit elle aussi dans l'obligation de diminuer ses effluents. Une des alternatives est de réutiliser les eaux de procédé, comme par exemple en fermant les circuits d'eaux blanches. Une telle pratique ne se fait malheureusement pas sans problèmes. En effet, plus le taux de fermeture des circuits d'eau est élevé, plus ces eaux s'enrichissent en contaminants dissous, ce qui accentue les problèmes de rétention sur les machines à papier. Afin d'analyser la sensibilité du procédé de formation de la feuille à ces changements opératoires, une meilleure connaissance des mécanismes qui contrôlent la rétention est souhaitée.

L'objectif de ce projet est de développer un modèle permettant de calculer le drainage et la rétention en fines et en charges le long d'une machine à papier de type table plate. Le modèle que nous avons développé est un modèle basé sur les lois de l'écoulement de la suspension de fibres à travers le matelas fibreux en formation sur la toile. Il permet de calculer, en tout point de la table plate, la concentration dans les eaux blanches, le débit d'égouttage, le grammage et l'épaisseur du matelas fibreux. Ceci nous permet ensuite de calculer la rétention première passe des différents constituants et la rétention globale. Ce modèle tient compte de la nature et des caractéristiques physiques de la suspension (degré de raffinage, concentration en caisse de tête, fraction de fines et de charges, viscosité, masse volumique) et des paramètres opératoires de la machine (vitesse, laize, résistance à l'égouttage de la toile et pression d'aspiration créée par les éléments d'égouttage). De plus, le modèle dépend de six autres paramètres empiriques que nous avons ajustés pour un point de fonctionnement (composition et conditions opérationnelles).

Le modèle de drainage et de rétention proposé est valable pour des conditions opératoires en régime permanent. De plus, il ne s'applique qu'à la première phase de formation de la feuille, c'est-à-dire tant que l'on n'a pas recourt aux caisses aspirantes sèches (avant la ligne d'eau).

Le drainage sur la machine à papier est en majeure partie contrôlé par la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux en formation. Cette résistance dépend de la structure interne du matelas fibreux et les conditions hydrodynamiques existant sur la table de formation entraînent une évolution constante de cette structure. Par conséquent, un nouveau modèle de résistance spécifique à la filtration a été proposé. Ce modèle est fonction du raffinage des fibres, de la turbulence existant sur la machine ainsi que de la compressibilité du matelas fibreux et de son colmatage.

La résolution des équations mathématiques et l'ajustement des paramètres ont été effectués à l'aide du logiciel Matlab[®] plus Simulink[®]. Les résultats obtenus sont très satisfaisants :

- L'écart moyen entre les résultats de l'expérience et du modèle pour le grammage, le drainage et la rétention première passe totale est strictement inférieur à 2 %.
- L'écart moyen entre les résultats de l'expérience et du modèle pour la concentration dans les eaux blanches, la perte de matière et la rétention première passe en fines est inférieur à 10 %.
- Le modèle de résistance spécifique à la filtration proposé nous permet d'obtenir des valeurs de vitesse d'égouttage qui se rapprochent des données expérimentales, du moins pour ce qui est de notre essai.
- Une analyse de sensibilité du modèle suite à une variation des paramètres empiriques a démontré, d'une part, que les paramètres les plus influents sont le coefficient de formation, le coefficient de compressibilité et l'indice de filtration et d'autre part, que l'indice de filtration est fonction des deux premiers coefficients.

Le modèle développé dans le cadre de ce projet est actuellement utilisé dans de nouveaux projets d'études au Centre Technique du Papier (CTP) de Grenoble. Une première étude consiste à améliorer le modèle en tenant compte de la rétention physico-chimique. En effet, celle-ci peut influencer la rétention mécanique des fines et des charges, en modifiant la rétention initiale et l'indice de filtration de ces composantes. Un deuxième projet consiste à intégrer le présent modèle dans un modèle de simulation dynamique (développé avec G2[®]) d'une usine de fabrication de papier fonctionnant en circuit fermé. Ce projet fait partie d'une étude conjointe entre le CTP, l'École Française de Papeterie de Grenoble (EFPG) ainsi que des partenaires allemands. L'objectif de ce projet est d'évaluer les effets de la fermeture des circuits d'eaux blanches sur le procédé ainsi que d'évaluer différentes stratégies de contrôle. Finalement, l'objectif d'un troisième projet est de généraliser le présent modèle aux machines à double toiles.

ABSTRACT

Increasing environmental demands have led the pulp and paper industry to reduce its water consumption. One way to achieve this goal is to recycle the process water by using more closed white water systems. Unfortunately, this alternative cannot be implemented without problems. The concentration of dissolved or suspended material in the water rises as the water consumption is reduced, which leads to poorer retention on the paper machine. In order to evaluate the sheet formation sensitivity, we need a better understanding of the mechanisms that control retention.

The purpose of this work was to develop a mathematical model of the drainage and the retention on the flat table of a single wire paper machine (Fourdrinier). This model, derived from the laws governing the fiber suspension flow through the fibrous web being formed, gives the concentration in fines and fillers in the white water, the flow rates of white water and the fiber web grammage and thickness along the flat table. From these data, the first pass retention of all components and the overall retention can be evaluated. The model has been defined as a function of the suspension physical properties (degree of refining, consistencies in the headbox, fines concentration, viscosity and density of the pulp) and the machine operating parameters (wire speed, machine width, wire drainage resistance and the suction created by the drainage devices). This model also depends on six empirical parameters, which have been adjusted for one operating point (one type of composition and fixed operational conditions).

This drainage and retention model is valid for steady state conditions and in the first stage of formation (before the wet line).

The drainage on paper machines is mostly controlled by the specific filtration resistance of the forming fiber web. This resistance depends on the internal structure of the web, which evolves as a function of the hydrodynamic conditions existing on the paper machine. Consequently, a new model of the specific filtration resistance, that is a function of the fibers degree of refining, the turbulence existing on the paper machine, and the fiber web compressibility and sealing has been proposed.

The model equations were solved with the Matlab[®] plus Simulink[®] software package. Good agreement between simulated and experimental results was observed.

- The average deviation between the experience and the model results for the grammage, the drainage and the total first pass retention is lower than 2 %.
- The average deviation between the experience and the model results for the white water consistencies, the solid lost and the fines first pass retention is lower than or equal to 10 %. This larger deviation can be explained by the non-regularity of the white water consistency experimental points.
- A sensitivity analysis of the model has shown that the most important parameters are the formation coefficient, the compressibility coefficient and the filtration index. It has also been shown that the filtration index is a function of the two first coefficients.

This model is now used within the context of continuing research projects at Centre Technique du Papier at Grenoble (CTP). One of these projects improves the present model by taking into account the physico-chemical retention, which affect initial retention and the fines and fillers filtration index I_f . Another project consists of integrating the present model into a dynamic simulation model of a paper mill. The purpose of this project is to evaluate the effects of white water closure on the process and to evaluate control strategies. Finally, the purpose of another project is to extend the model to twin-wire paper machines.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv
LISTE DES FIGURES.....	xv
LISTE DES ABRÉVIATIONS.....	xviii
LISTE DES ANNEXES.....	xxii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I THÉORIE GÉNÉRALE SUR LA FABRICATION DU PAPIER	3
1.1 Description d'une suspension papetière	3
1.1.1 Fibres de cellulose	4
1.1.2 Fines de cellulose.....	5
1.1.3 Charges minérales.....	5
1.2 Description du procédé de fabrication du papier	6
1.2.1 Préparation de la pâte.....	8
1.2.2 Préparation de la composition	10
1.2.3 Description de la machine à papier de type table plate	11
1.2.3.1 Caisse de tête.....	11
1.2.3.2 Table plate.....	12
1.2.4 Formation du matelas fibreux.....	16
1.2.4.1 Filtration.....	17
1.2.4.2 Épaississement	17

1.3 Boucles de recirculation.....	18
1.4 Conclusion	18
CHAPITRE II THÉORIE SUR LA RÉTENTION	19
2.1 Cellule unitaire	21
2.2 Rétention physico-chimique.....	22
2.2.1 Interactions hydrodynamiques.....	24
2.2.1.1 <i>Collisions péricinétiques</i>	25
2.2.1.2 <i>Collisions orthocinétiques</i>	26
2.2.2 Interactions colloïdales	28
2.2.2.1 <i>Forces électrostatiques de répulsion : Double couche électrique</i>	28
2.2.2.2 <i>Forces attractives de Van der Waals</i>	30
2.2.3 Amélioration de la rétention physico-chimique	30
2.2.4 Modèle de rétention physico-chimique	33
2.2.4.1 <i>Efficacité des collisions</i>	33
2.2.4.2 <i>Modèle de déposition des charges en présence d'agent de rétention</i>	35
2.3 Rétention mécanique	39
2.3.1 Concentration dans les eaux blanches	39
2.3.1.1 <i>Modèle de filtration</i>	39
2.3.1.2 <i>Modèle d'écoulement piston</i>	41
2.3.2 Efficacité de la fibre unitaire	44
2.3.2.1 <i>Modèle basé sur la trajectoire d'une fine particule autour d'une fibre</i> ..	44
2.3.2.2 <i>Modèle basé sur la diffusion</i>	46
2.4 Calcul de la rétention	47
2.4.1 Rétention première passe.....	47
2.4.2 Rétention globale	48
2.5 Conclusion.....	49
CHAPITRE III DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE DE DRAINAGE ET DE RÉTENTION	50
3.1 Modélisation de la formation de la feuille sur table plate	50

3.2	Modélisation du drainage	56
3.2.1	Modèle de Pires (1995).....	57
3.2.2	Loi de Navier-Stokes pour les milieux poreux	59
3.2.3	Résistance spécifique à la filtration	61
3.2.3.1	<i>Influence du raffinage</i>	63
3.2.3.2	<i>Influence de la pression</i>	65
3.2.4	Résistance spécifique inertielle.....	66
3.2.5	Sensibilité des résistances spécifiques.....	66
3.2.6	Pourcentage d'eau égouttée et rétention	67
3.3	Conclusion.....	69
CHAPITRE IV RÉOLUTION DU MODÈLE		72
4.1	Outil de simulation : Simulink®	72
4.1.1	Définition du modèle	73
4.1.2	Simulation du modèle	74
4.2	Résolution des équations.....	74
4.3	Conclusion	78
CHAPITRE V AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES		80
5.1	Machine expérimentale du CTP	80
5.2	Description de l'essai expérimental	81
5.2.1	Mesure des débits d'égouttage.....	81
5.2.2	Mesure des concentrations.....	82
5.3	Hypothèses	88
5.4	Simulations et résultats	89
5.4.1	Simulation du modèle.....	89
5.4.2	Résultats.....	93
5.5	Conclusion.....	99
CHAPITRE VI ANALYSE DES PARAMÈTRES EMPIRIQUES		100
6.1	Analyse générale	100

6.1.1 Effets des paramètres sur l'égouttage	100
6.1.2 Effets des paramètres sur le grammage	102
6.1.3 Effets des paramètres sur la concentration dans les eaux blanches, la perte de matière et la rétention première passe.....	102
6.2 Analyse des paramètres.....	103
6.2.1 Facteur de colmatage F_c	104
6.2.2 Coefficient de formation a	108
6.2.3 Coefficient de compressibilité b	114
6.2.4 Résistance de la toile à l'égouttage R_{toile}	119
6.2.5 Indice de filtration I_f	121
CONCLUSION	126
RÉFÉRENCES.....	130

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Types d'essences.....	4
Tableau 1.2 Caractéristiques des charges minérales	6
Tableau 2.1 Classement des éléments fins.....	24
Tableau 2.2 Mécanismes de floculation.....	32
Tableau 5.1 Composition et conditions opératoires.....	83
Tableau 5.2 Données et résultats de l'expérience et du modèle	84
Tableau 5.3 Paramètres de simulation	93
Tableau 5.4 Écart relatif moyen entre le modèle et l'expérience	94
Tableau 6.1 Sensibilité du modèle à une augmentation de 20 % des paramètres empiriques	101

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Procédé de fabrication du papier	7
Figure 1.2 °SR en fonction de l'énergie utile fournie au raffineur.....	10
Figure 1.3 Table plate	13
Figure 1.4 Effets des racles et des pontuseaux.....	15
Figure 1.5 Processus hydrodynamiques pendant la formation de la feuille.....	16
Figure 2.1 Cellule unitaire.....	21
Figure 2.2 Mécanismes de collision entre les particules.....	23
Figure 2.3 Distance minimum d'approche.....	27
Figure 2.4 Double couche électrique	29
Figure 2.5 Mécanisme de déposition des charges sur les fibres	35
Figure 3.1 Représentation de la formation par une série d'éléments.....	51
Figure 3.2 Bilan de matière autour de la table plate	55
Figure 3.3 Forces agissant sur un élément de formation.....	57
Figure 3.4 $R_{f_{spec}}$ en fonction du °SR	64
Figure 4.1 Organigramme de calcul.....	76
Figure 4.2 Résolution de l'équation différentielle de 2 ^{ème} ordre.....	77
Figure 4.3 Schéma du modèle.....	79
Figure 5.1 Table plate du CTP	81
Figure 5.2 Profil de pression sous la toile de formation	87

Figure 5.3 Égouttage	95
Figure 5.4 Grammage.....	96
Figure 5.5 Concentration dans les eaux blanches	96
Figure 5.6 Perte de matière totale cumulée	97
Figure 5.7 Rétention 1 ^{ère} passe.....	97
Figure 5.8 Position de la ligne d'eau.....	98
Figure 6.1 Influence de Fc sur l'égouttage.....	105
Figure 6.2 Influence de Fc sur le grammage.....	105
Figure 6.3 Influence de Fc sur la concentration dans les eaux blanches.....	106
Figure 6.4 Influence de Fc sur la perte de matière	106
Figure 6.5 Influence de Fc sur la rétention 1 ^{ère} passe totale.....	107
Figure 6.6 Influence de Fc sur la rétention 1 ^{ère} passe en fines	107
Figure 6.7 Influence d'une diminution de Fc sur la position de la ligne d'eau.....	108
Figure 6.8 Influence de a sur l'égouttage.....	110
Figure 6.9 Influence de a sur le grammage	111
Figure 6.10 Influence de a sur la concentration dans les eaux blanches.....	111
Figure 6.11 Influence de a sur la perte de matière	112
Figure 6.12 Influence de a sur la rétention 1 ^{ère} passe totale.....	112
Figure 6.13 Influence de a sur la rétention 1 ^{ère} passe en fines	113
Figure 6.14 Influence d'une augmentation de a sur la position de la ligne d'eau.....	113
Figure 6.15 Influence de b sur l'égouttage.....	115

Figure 6.16 Influence de b sur le grammage.....	116
Figure 6.17 Influence de b sur la concentration dans les eaux blanches.....	116
Figure 6.18 Influence de b sur la perte de matière.....	117
Figure 6.19 Influence de b sur la rétention 1 ^{ère} passe totale.....	117
Figure 6.20 Influence de b sur la rétention 1 ^{ère} passe en fines.....	118
Figure 6.21 Influence d'une diminution de b sur la position de la ligne d'eau.....	118
Figure 6.22 Influence de R_{toile} sur l'égouttage.....	119
Figure 6.23 Influence de R_{toile} sur le grammage.....	120
Figure 6.24 Influence de R_{toile} sur la concentration dans les eaux blanches.....	120
Figure 6.25 Influence de R_{toile} sur la perte de matière.....	121
Figure 6.26 Influence de I_f sur l'égouttage.....	123
Figure 6.27 Influence de I_f sur le grammage.....	123
Figure 6.28 Influence de I_f sur la concentration dans les eaux blanches.....	124
Figure 6.29 Influence de I_f sur la perte de matière.....	124
Figure 6.30 Influence de I_f sur la rétention 1 ^{ère} passe totale.....	125
Figure 6.31 Influence de I_f sur la rétention 1 ^{ère} passe en fines.....	125

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Caractères romains

a	coefficient de formation
A	surface filtrante d'un élément de formation, m^2
A_L	surface latérale d'un élément de formation, m^2
A_v	amplitude de vibration, m
b	coefficient de compressibilité
C_0	concentration dans la suspension fibreuse, kg/m^3
C_a	concentration en agent de rétention, g/g
C_c	concentration en charges, g/g
C_e	concentration dans les eaux blanches, kg/m^3
C_F	concentration en fibres, kg/m^3
C_{i0}	concentration initiale du composé i , kg/m^3
C_{ij}^{max}	concentration maximale de i pouvant se déposer sur j , g/g
C_m	concentration du matelas fibreux, kg/m^3
C_s	charge spécifique d'arête
CSF	degré de raffinage (Canadian Standard Freeness), ml
d_{fine}	diamètres des éléments fins, m
$d_{ligne\ d'eau}$	distance entre la caisse de tête et la ligne d'eau, m
d_{min}	distance minimale d'approche, m
D	coefficient de diffusion, m^2/s
E	énergie minimum pour vaincre les forces de liaison, J
E_f	efficacité de la fibre unitaire
E_g	pourcentage d'eau égouttée
f	fréquence de vibration, s^{-1}
F_c	facteur de colmatage, m/kg
F_{DC}	force créée par la double couche électrique, m/s^2

F_{toile}	tension dans la toile, N
F_{vdW}	force de Van der Waals, m/s^2
G	grammage du matelas fibreux en formation, kg/m^2
G_f	grammage de la feuille de papier, kg/m^2
h	épaisseur du matelas fibreux, m
h_k	constante de Kozeny-Carman = 5.55
H_0	hauteur de la suspension à la sortie de la caisse de tête, m
H	hauteur de la suspension fibreuse, m
I_f	indice de filtration, m^2/kg
$J_{F/c}$	fréquence de collisions, $\text{s}^{-1}\text{m}^{-3}$
k	taux de collisions, m^3/s
k_{ij}	taux de collisions entre la particule i et la particule j, s^{-1}
k_{ij}^{det}	taux de détachement entre la particule i et la particule j, s^{-1}
k_o	taux de collisions orthocinétiques, m^3/s
k_p	taux de collisions péricinétiques, m^3/s
K	constante de Boltzman
L	laize (m)
L_f	longueur des fibres, m
L_p	largeur de la feuille de papier, m
n	concentration adimensionnelle des charges dans la suspension
n_e^∞	concentration adimensionnelle des charges dans les eaux blanches, en régime permanent
N	concentration adimensionnelle des charges sur les fibres
N_c	nombre de charges par m^3 de suspension
N_e	concentration adimensionnelle des charges sur les fibres, en régime permanent
N_F	nombre de fibres par m^3 de suspension
P_{atm}	pression atmosphérique, Pa
P_e	nombre de Peclet

P_{ext}	pression absolue créée par les éléments d'égouttage, Pa
ΔP	perte de charge dans le matelas fibreux, Pa
ΔP_{max}	dépression maximale créée par les éléments d'égouttage, Pa
Q_0	débit à la sortie de la caisse de tête, m ³ /s
Q_e	débit d'égouttage, m ³ /s
Q_m	débit du matelas fibreux, m ³ /s
r	composante radiale de la position de la particule, m
r_c	rayon d'une charge, m
r_f	rayon d'une fibre, m
R_{pore}	rayon des pores du matelas fibreux, m
R_0	rétention initiale sur la toile de fabrication
$R_{i_{spec}}$	résistance spécifique inertielle, m ² /kg
$R_{f_{spec0}}$	résistance spécifique à la filtration initiale, m/kg
$R_{f_{spec}}$	résistance spécifique à la filtration, m/kg
R_G	rétention globale
R_{p-c}	rétention physico-chimique
R_{pp}	rétention première passe
R_{toile}	résistance à la filtration de la toile, m ⁻¹
Sh_f	nombre de Sherwood
S_0	surface spécifique des fibres, m ⁻¹
SR	degré de raffinage (Schopper Riegler)
t	temps, s
T	température, K
U	vitesse d'égouttage, m/s
v_ϕ	composante angulaire de la vitesse du fluide, m/s
v_r	composante radiale de la vitesse du fluide, m/s
V_m	vitesse de la machine, m/s
x	distance, m
$X_{i_{exp}}$	donnée expérimentale à la distance i

$X_{i_{\text{mod}}}$	donnée du modèle à la distance i
ZP	potentiel zeta, mV

Caractères grecs

α	efficacité des collisions
ε	porosité dans le matelas fibreux
ϕ	coefficient fonction des conditions hydrodynamiques
γ	efficacité de capture
φ	composante angulaire de la position
μ	viscosité de la suspension fibreuse, Pa*s
θ_{ij}	fraction de la surface de l'élément j couverte par l'élément i
ρ	masse volumique de la suspension fibreuse, kg/m ³
ρ_f	masse volumique des fibres, kg/m ³
ρ_p	masse volumique des particules, kg/m ³
τ	cisaillement à la surface latérale d'un élément de formation, Pa
τ_i	temps de résidence dans l'élément de formation i , s
$\bar{\tau}_r$	temps de résidence moyen du liquide dans le matelas, s
ω	taux de cisaillement, s ⁻¹

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I Bilan de quantité de mouvement autour d'un volume de contrôle	135
ANNEXE II Loi de Navier-Stokes en milieu poreux	137
ANNEXE III Définition du modèle dans Simulink	140
ANNEXE IV Données brutes d'échantillonnage.....	147

INTRODUCTION

Durant les cinquante dernières années, les taux de production de l'industrie papetière n'ont cessé de croître. Par conséquent, les volumes des effluents ont suivi la même tendance, d'autant plus que l'industrie papetière est une des cinq plus grandes consommatrices d'eau parmi les industries manufacturières (PARKER, 1980).

Suite à des réglementations environnementales plus sévères, l'industrie papetière a été amenée à diminuer ses effluents. C'est pourquoi elle tente de développer des stratégies de fermeture des circuits d'eaux de procédé, dans le but, d'une part, de minimiser les besoins en eau fraîche, énergie et matière première, et d'autre part de diminuer les rejets à l'environnement.

Cette recirculation des eaux de procédé, de plus en plus pratiquée dans l'industrie papetière, entraîne un enrichissement de la suspension fibreuse. Ceci affecte le comportement de la partie humide de la machine à papier et diminue la rétention des solides en suspension pendant la formation de la feuille. Afin d'analyser la sensibilité du processus de formation de la feuille à ces changements, une meilleure connaissance des mécanismes qui contrôlent la rétention des particules fines (fines de fibres et charges minérales) sur la table de formation est souhaitée.

Les objectifs de ce projet sont les suivants :

- Développer un modèle permettant de calculer le drainage et la rétention le long de la table plate de formation. Ce modèle tient compte de la nature et des caractéristiques physiques de la suspension (degré de raffinage, concentration en caisse de tête,

fraction de fines et de charges, viscosité, masse volumique) et des paramètres opératoires de la machine (vitesse, laize, résistance à l'égouttage de la toile et pression d'aspiration créée par les éléments d'égouttage).

- Résoudre les équations mathématiques du modèle et ajuster les paramètres empiriques du modèle pour un point de fonctionnement (composition et conditions opérationnelles), à l'aide de simulations.

L'ajustement des paramètres du modèle pour un point de fonctionnement a été effectué à partir de données recueillies lors d'un test sur la machine expérimentale du Centre Technique du Papier (CTP) de Grenoble.

Dans ce mémoire, on présente, dans un premier temps, une revue bibliographique sur la fabrication du papier et sur la rétention. Dans un deuxième temps, on propose un modèle de drainage et de rétention basé sur les lois hydrodynamiques. Finalement, on effectue l'ajustement des paramètres empirique du modèle et l'analyse de ces paramètres à l'aide de simulations avec Matlab® plus Simulink®.

CHAPITRE I

THÉORIE GÉNÉRALE SUR LA FABRICATION DU PAPIER

Le procédé de fabrication du papier est essentiellement un procédé de séparation solide-liquide. La phase solide est constituée de fibres de bois et autres additifs, la phase liquide est l'eau. L'ensemble forme la suspension fibreuse. Cette suspension est acheminée sur une toile où une partie de la matière solide est retenue et à travers laquelle l'eau est égouttée.

Dans ce chapitre, nous décrivons d'abord les composantes présentes dans la suspension fibreuse et nous enchaînons ensuite avec le procédé de fabrication du papier sur les machines de type table plate.

1.1 Description d'une suspension papetière

Les éléments présents dans une suspension papetière sont les suivants :

- eau;
- fibres de cellulose;
- fines de cellulose;
- charges minérales;
- polyélectrolytes (agents de rétention et de résistance à l'état humide ou sec...);
- électrolytes dissous;
- précipités colloïdaux organiques ou minéraux;
- surfactants (détergents, dispersants, antimousses);

- agents de collage.

Les principaux éléments concernant ce projet sur la rétention (fibres, fines et charges) sont décrits dans cette section. Les agents de rétention sont étudiés en détail plus loin dans ce rapport.

1.1.1 Fibres de cellulose

Les fibres devant être transformées en pâte peuvent provenir de n'importe quelle plante vasculaire naturelle. Le bois est de loin la source la plus abondante de fibres propres à la fabrication du papier (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989).

Ces fibres ont une forme cylindrique ou en ruban en fonction de la saison pendant laquelle le bois est formé. Le bois de printemps est constitué de tissus poreux, tendre et peu coloré alors que le bois d'été est formé de tissus denses, compacts et plus foncés. La dimension moyenne des fibres dépend de l'essence du bois dont elles proviennent, tel que présenté au tableau 1.1.

Tableau 1.1 Types d'essence

Essence	Longueur (mm)	Diamètre (μm)
feuillu	1 - 1.2	25
résineux	2.5 - 3	35 - 40

La pâte obtenue à partir de bois de résineux est caractérisée par des fibres longues. Cette pâte apporte certaines propriétés mécaniques au papier, telle que la résistance à la

déchirure (MANSON, 1995). La pâte de feuillus est caractérisée par des fibres plus courtes. Elle est généralement utilisée pour améliorer la formation et augmenter la densité de la feuille sans trop affecter l'égouttage.

1.1.2 Fines de cellulose

Les fines cellulosiques sont constituées de fragments des parois externes des fibres, arrachés au cours du processus de raffinage. Leur forme et leur dimension sont très variables. La fraction de fines présentes dans une suspension papetière est définie comme étant l'ensemble des particules qui traversent un tamis « 200 mesh Tyler » (TAPPI, test T261). Par ailleurs, on définit les fines comme étant des éléments de taille inférieure à la limite de détection de l'oeil, c'est-à-dire 76 μm (CARRE, 1992).

1.1.3 Charges minérales

Les charges sont ajoutées à la pâte afin, d'une part, de diminuer les coûts de revient du papier (les charges étant moins chères que les fibres) et d'autre part, d'améliorer certaines caractéristiques du papier telles que l'opacité, l'inertie des feuilles, l'état de surface et dans certains cas, la blancheur. Le tableau 1.2 résume quelques caractéristiques des principales charges utilisées en papeterie (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989).

Tableau 1.2 Caractéristiques des charges minérales

Charge	Formule chimique	Densité	Granulométrie
Kaolin	$\text{Al}_2\text{O}_3, 2 \text{SiO}_2, 2\text{H}_2\text{O}$	2.5 - 2.7	< 15 μm
Talc	$3 \text{MgO}, 4 \text{SiO}_2, \text{H}_2\text{O}$	2.6 - 2.9	< 30 μm
Carbonate de calcium			
• naturel	CaCO_3	2.7	< 10 μm
• précipité	CaCO_3	2.7 - 2.9	< 5 μm
Sulfate de calcium (gypse)	CaSO_4	2.5	< 10 μm
Dioxyde de titane			
• anatase	TiO_2	3.9	< 5 μm
• rutile	TiO_2	4.4	< 5 μm

1.2 Description du procédé de fabrication du papier

Dans le cadre de ce projet, l'attention est portée sur la machine à papier. C'est pourquoi l'aspect mise en pâte n'a pas été considéré. La figure 1.1 illustre le procédé de fabrication du papier. Ce procédé est divisé en trois parties. Premièrement, il y a la préparation de la pâte qui consiste à mettre la pâte en suspension et à la raffiner. Deuxièmement il y a la préparation de la composition où l'on effectue des dilutions, le mélange des différents types de pâte ainsi que l'ajout des additifs. Finalement, la pâte diluée est acheminée à la section de formation de la feuille, où elle est étalée sur une toile afin d'être égouttée.

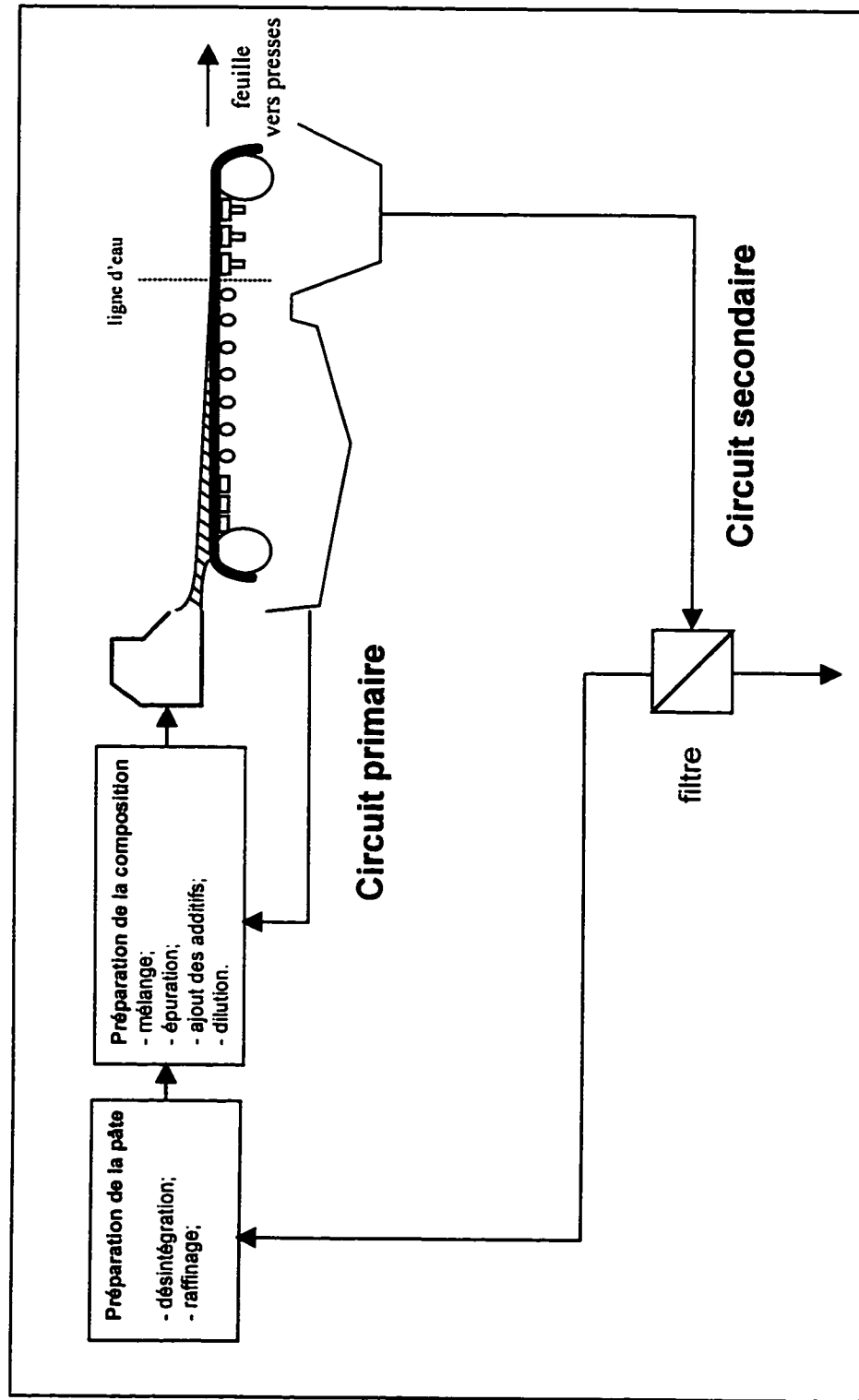


Figure 1.1 Procédé de fabrication du papier

1.2.1 Préparation de la pâte (VALLETTE et DE CHOUDENS, 1989)

Les usines qui ne fabriquent pas leurs pâtes, c'est-à-dire les usines non-intégrées, reçoivent de la pâte en balles. On doit donc préalablement préparer cette pâte pour lui redonner les propriétés nécessaires à la fabrication du papier. La préparation de la pâte consiste, premièrement, à mettre la pâte en suspension en la désintégrant à l'aide de pulpeurs et deuxièmement, à la raffiner.

- ***Désintégration***

Cette opération consiste à mettre les fibres de cellulose en suspension dans l'eau pour obtenir des fibres individuelles, indépendantes les unes des autres. La désintégration est effectuée dans des pulpeurs qui sont constitués d'une cuve cylindrique munie d'un rotor dont le rôle est de créer une agitation violente de la pâte dans l'eau. En présence d'eau, la fibre se gonfle et perd de sa rigidité.

- ***Raffinage***

Pour effectuer cette opération, la suspension fibreuse est d'abord diluée avec les eaux de procédé. La pâte diluée passe ensuite entre deux disques garnis de lames qui raffinent la pâte par leur action et par celle des pulsations brutales de pression. Le raffinage permet aux fibres d'acquérir les propriétés requises pour la formation de la feuille, en fonction des caractéristiques recherchées. Il a trois principales actions sur les fibres :

- hydratation : L'eau pénètre dans la fibre, ce qui provoque un gonflement de celle-ci. Ceci la rend plus souple et augmente son aptitude à se

conformer en réseau. Ce phénomène favorise l'augmentation du nombre de liaisons inter-fibres.

- fibrillation : Elle résulte de la friction entre fibres, et entre fibres et lames du raffineur. Des fibrilles se détachent de la paroi de la fibre, ce qui augmente sa surface spécifique. De plus, les couches internes de la fibre, plus riches en hémicellulose, apparaissent, ce qui provoquent une augmentation de l'énergie de liaison entre fibres.
- coupe : Une partie des fibres vont être coupées lors du raffinage : on remarque alors une amélioration de l'éclair. Par contre, la coupe est nuisible aux caractéristiques de résistances mécaniques.

Les effets du raffinage sur la fibre se mesurent par son indice d'égouttage (au Canada : Canadian Standard Freeness, CSF et en France : degré Schopper-Riegler, °SR). En général, plus les fibres sont fibrillées et coupées, plus l'égouttage est lent et plus le degré Schopper-Riegler est élevé. Pour un type de pâte donné, il est possible de contrôler le degré de raffinage en jouant sur l'énergie fournie au raffineur et sur la charge spécifique d'arête. Le degré SR augmente avec la l'énergie et la charge spécifique d'arête C_s (figure 1.2).

La charge spécifique d'arête, C_s , représente la quantité d'énergie fournie par impact sur la fibre, entre les lames du stator et du rotor du raffineur. Cette charge est obtenue en calculant le rapport entre la puissance utile et la longueur de lame coupée à chaque rotation (NOÉ, 1991). La longueur de lame coupée par tour est une fonction de la vitesse de rotation et de la longueur de lame.

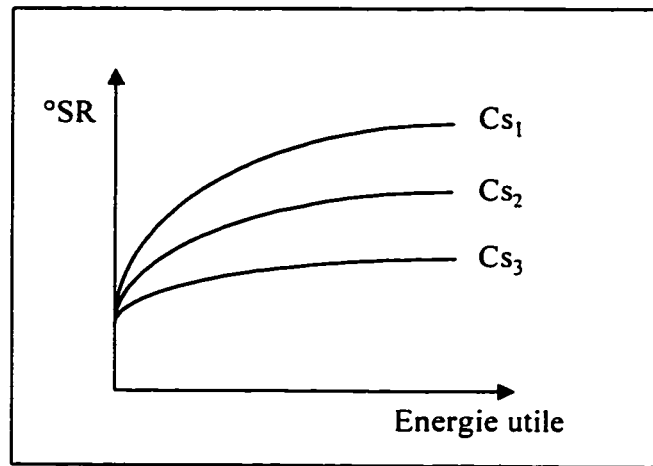


Figure 1.2 °SR en fonction de l'énergie utile fournie au raffineur.

La désintégration et le raffinage sont précédés par une dilution qu'on effectue à l'aide des eaux blanches provenant du circuit secondaire. Le but de la dilution est d'obtenir la concentration désirée en fonction de l'opération en aval. On utilise les eaux du circuit secondaire, que l'on filtre préalablement, car la concentration en charges y est moindre. En effet, les charges sont susceptibles d'endommager les garnitures des pulpeurs et raffineurs.

1.2.2 Préparation de la composition

Afin de préparer la composition du papier, on mélange d'abord les différents types de pâte (chimique, mécanique, cassés de production, fibres recyclées...). On dilue ensuite la pâte épaisse pour obtenir la concentration désirée. On effectue ensuite une épuration de la pâte diluée afin d'éliminer les impuretés telles que : bûchettes, écorces, sable et agglomérats de fibres, etc. On ajoute les additifs tels que les charges et les agents de rétention. Finalement, la pâte est diluée une dernière fois avec les eaux blanches du

circuit primaire (plus concentrées, la rétention étant moins bonne en début de formation) avant d'être alimentée à la caisse de tête.

1.2.3 Description de la machine à papier de type table plate

La machine à papier de type table plate est divisée en trois sections :

- La section fabrication du matelas fibreux, comprenant la caisse de tête et la toile de fabrication;
- La section des presses;
- La sécherie.

Dans le cadre de ce projet, nous étudions la rétention dans la première section de la machine à papier, communément appelée partie humide.

1.2.3.1 Caisse de tête

Les fibres ont une tendance naturelle à s'agglomérer entre elles. Ce phénomène, que l'on appelle floculation dépend de la concentration, de la longueur des fibres et de l'agitation. Une suspension concentrée et des fibres longues favorise la floculation (MANSON, 1995). Or, ce phénomène n'est pas souhaitable car il entraîne une mauvaise répartition des fibres dans la feuille, ce que l'on appelle un mauvais « épair ». L'objectif de la caisse de tête est de fournir un cisaillement à la pâte de façon à bien disperser les fibres et à briser les flocs existants (défloculer). La caisse permet ainsi de délivrer un jet de suspension fibreuse dispersée sur la toile afin d'obtenir un bon « épair », c'est-à-dire une bonne qualité de formation et une répartition uniforme des constituants dans la feuille de papier. La vitesse du jet doit être identique sur toute la

largeur. Ce jet sort entre deux lèvres, dont il est possible de contrôler l'ouverture. Le flot de pâte est délivré à une vitesse proche, mais pas nécessairement égale, à celle de la machine. La différence entre la vitesse du jet et la vitesse de la machine permet de contrôler l'orientation des fibres sur la toile. En résumé, les fonctions que doit remplir la caisse sont les suivantes :

- répartir la pâte dans le temps et dans l'espace;
- défloculer et maintenir dans cet état;
- former le jet, fixer sa géométrie et sa vitesse.

1.2.3.2 Table plate

La table plate est constituée d'un châssis et d'une toile sans fin en fils métalliques ou synthétiques. C'est sur cette toile que va se former la feuille par un processus d'égouttage. La table plate est illustrée à la figure 1.3. Sous la toile de fabrication, et telle que sur la figure 1.3, on retrouve successivement :

- un rouleau de tête situé juste sous la lèvre inférieure;
- un marbre permettant de ralentir l'égouttage;
- des pontuseaux ou des racles qui forment un coin d'eau avec la pâte et provoquent l'aspiration du liquide. Ils permettent d'atteindre une consistance de 2 à 4%;
- des caisses aspirantes reliées à une pompe à vide permettant d'aspirer le liquide lorsque les racles n'ont plus d'effet sur l'égouttage;
- finalement, un cylindre aspirant percé de trous, qui a les fonctions suivantes :
 - entraîner la toile;
 - augmenter la siccité jusqu'à 22 - 23%.

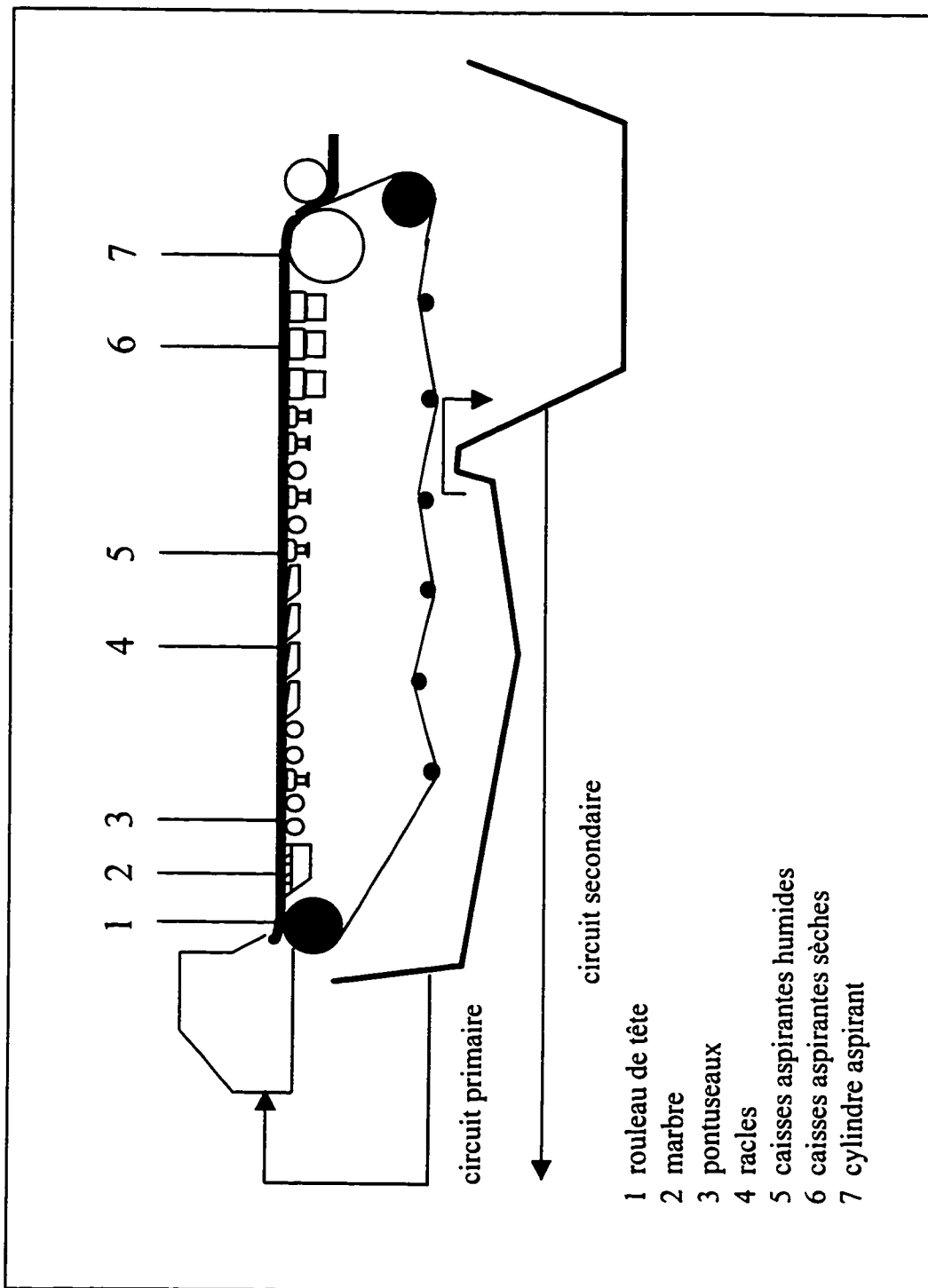


Figure 1.3 Table plate

A partir du moment où les racles et les pontuseaux n'ont plus d'effet sur l'égouttage et que l'on a recourt à des caisses aspirantes sèches, on entre alors dans un processus de séparation à trois phases (solide-eau-air). Avant cette étape, la suspension est encore visible à la surface du matelas fibreux. A partir du moment où le miroir d'eau disparaît et que la face supérieure de matelas fibreux devient opaque, le processus de séparation à deux phases (solide-eau) est terminé. La démarcation entre les deux processus se nomme la ligne d'eau. Plus la ligne d'eau est près de la caisse de tête, plus l'égouttage est rapide.

Les racles et les pontuseaux ne sont pas seulement des éléments d'égouttage, mais aussi des éléments de formation. En effet, lorsque la toile entre en contact avec l'élément, il se forme d'abord une surpression, provoquant un saut de pâte et une partie du matelas fibreux se remet en suspension. La turbulence occasionnée par ce mouvement de matière permet de diminuer l'effet d'envers. L'effet d'envers est caractérisé par une certaine hétérogénéité dans la feuille. En effet, le côté toile de la feuille est surtout composé de fibres longues car l'eau qui s'égoutte à travers la toile entraîne les éléments fins, alors que du côté supérieur (appelé côté feutre), la rétention des éléments fins est meilleure. Lorsqu'une partie du matelas se remet en suspension, les éléments fins peuvent pénétrer à l'intérieur du matelas, ce qui diminue l'effet d'envers. La surpression créée par les éléments d'égouttage est suivie d'une dépression provoquant l'aspiration d'eau. La figure 1.4 illustre le phénomène. On remarque que les pontuseaux créent un plus grand vide que les racles alors que ces dernières créent un vide plus petit mais plus long. Leur effet est donc moins violent.

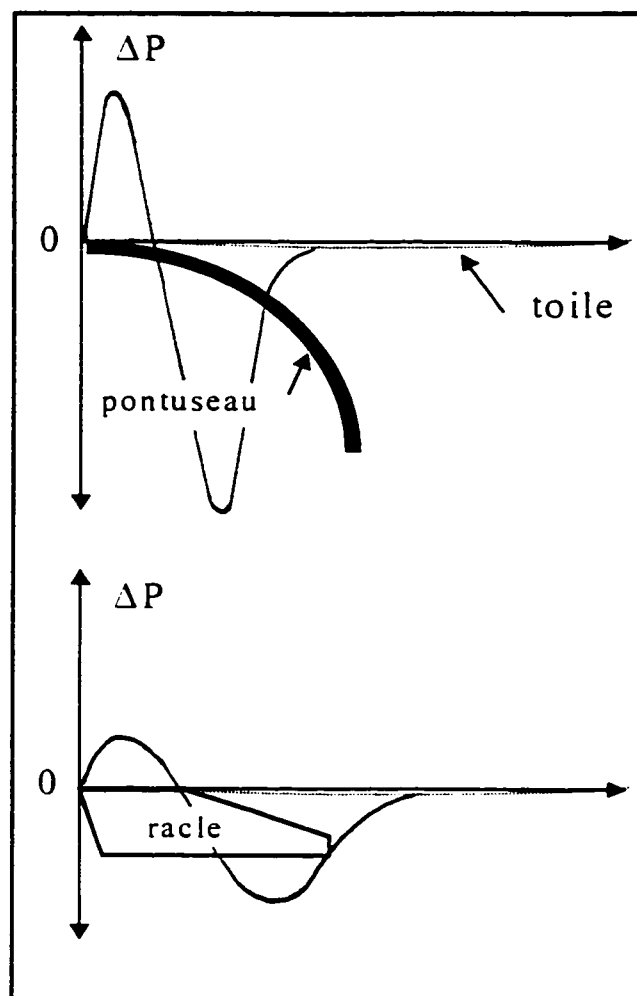


Figure 1.4 Effet des racles et des pontuseaux.

En fin de formation, la feuille humide se dirige vers les presses, qui lui permettront d'atteindre une siccité de 40 à 45%.

1.2.4 Formation du matelas fibreux

La formation de la feuille est effectuée selon trois processus hydrodynamiques (SMOOK, 1989) : l'égouttage, le cisaillement orienté et la turbulence. Ces processus, représentés schématiquement à la figure 1.5, se produisent simultanément sur la machine à papier.

L'égouttage a pour effet principal d'éliminer l'eau de la suspension et de former un matelas fibreux. La tendance des fibres à flocculer entraîne les suspensions fibreuses à former spontanément des réseaux pendant l'égouttage, à moins d'être diluées fortement ou bien que l'on fournisse une quantité d'énergie supplémentaire pour les mélanger, c'est-à-dire de la turbulence. La dilution est une méthode de dispersion efficace, mais le degré de dilution qui serait nécessaire pour maîtriser correctement la floculation sur machine n'est pas réalisable pour des raisons économiques (GRAFF, 1991). On utilise donc, dans la conception des machines à papier, les effets de la turbulence créée par les éléments d'égouttage, et du cisaillement orienté, contrôlé par la différence de vitesse entre la toile et le jet de pâte, afin d'optimiser la qualité de la feuille.

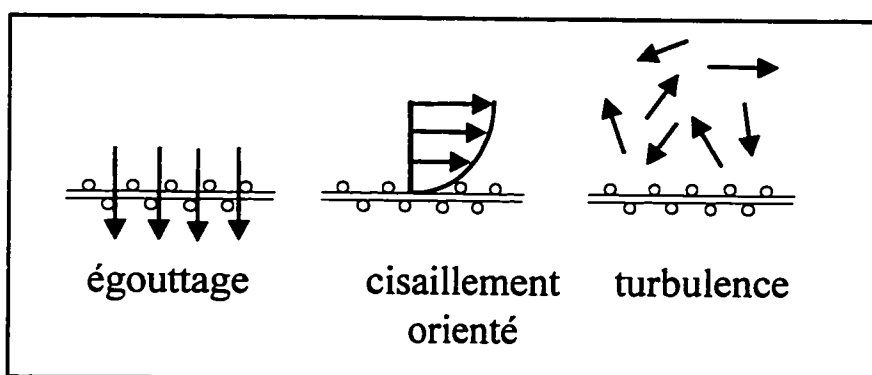


Figure 1.5 Processus hydrodynamiques pendant la formation de la feuille.

Ces trois processus hydrodynamiques ont pour conséquences deux types de phénomènes pendant la formation de la feuille : la filtration et l'épaississement (BRITT et al., 1986 et BOUSFIELD et XU, 1993).

1.2.4.1 Filtration

La filtration est caractérisée par la formation d'un matelas fibreux à l'aide d'une pression d'aspiration, cette dernière étant créée par les éléments d'égouttage. Si le matelas est compressible, la pression exercée sur celui-ci l'écrasera, entraînant une diminution de la taille de ses pores. Par ailleurs, durant la phase de filtration, les plus longues fibres ont tendance à se déposer en premier puis, au fur et à mesure que le matelas se forme, les fines particules sont de plus en plus retenues, ce qui a pour conséquence un effet d'envers (tel qu'expliqué précédemment). Cette hétérogénéité dans le matelas entraîne une distribution de taille des pores inégale. Plus les particules du dessus sont petites, plus le passage de l'eau devient difficile.

1.2.4.2 Epaississement

L'épaississement est causé par la turbulence existant sur la table de formation, plus particulièrement celle créée par les racles et les pontuseaux. Cette agitation entraîne une remise en suspension d'une partie du matelas fibreux, entraînant les fines particules à l'intérieur du matelas. Celles-ci passent alors directement dans les eaux blanches ou bien sont retenues à l'intérieur des pores du matelas. L'égouttage est plus rapide à cause de l'expansion du matelas, mais le colmatage, causé par l'introduction des fines particules à l'intérieur du matelas, diminue la taille de ses pores et entraîne par la suite une diminution de la vitesse d'égouttage.

1.3 Boucles de recirculation

On remarque, sur la figure 1.1 et 1.3 que l'on recueille les eaux blanches dans deux bassins différents. Les eaux recueillies dans le premier bassin constituent le circuit primaire. Elles sont très concentrées en fines et en charges à cause de la mauvaise rétention. On les recircule donc entièrement à la caisse de tête afin de minimiser les pertes de matière. Les eaux recueillies dans le deuxième bassin font partie du circuit secondaire. Elles contiennent les eaux blanches de fin de formation et le surnageant du premier bassin, s'il y a débordement. Elles sont beaucoup moins concentrées et peuvent être utilisées comme eau de dilution en tête de procédé. On doit cependant les clarifier afin d'obtenir l'eau la plus propre possible. En effet, la présence de charges minérales pourrait nuire aux garnitures des raffineurs.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur les composantes des suspensions fibreuses et sur le procédé de fabrication du papier sur une machine de type table plate. Au chapitre suivant, nous présentons la théorie générale de la rétention ainsi qu'une revue de différents modèles existants.

CHAPITRE II

THÉORIE SUR LA RÉTENTION

Nous avons vu au chapitre précédent que la machine à papier peut être vue comme un filtre continu sur lequel une partie des solides présents dans la suspension est retenue. Les solides non retenus passent à travers la toile de fabrication avec les eaux blanches par le processus de drainage. Les phénomènes de drainage et de rétention sont intimement liés et il est pratiquement impossible d'en améliorer un sans affecter l'autre. Lorsque le drainage est amélioré, la rétention chute.

Nous pouvons exprimer la rétention de deux manières différentes : la rétention première passe et la rétention globale (NORMAN, 1990, JAYCOCK et SWALES, 1994). La rétention première passe désigne la quantité de solides présents dans la caisse de tête, qui est retenue sur la toile. La rétention globale est le rapport entre la quantité de matière quittant la machine et la quantité de matière utilisée. La rentabilité économique du procédé de fabrication du papier est évaluée à partir de la rétention globale alors que le contrôle de la partie humide est fortement affecté par la rétention première passe.

La rétention des fibres longues est normalement assez élevée et peut approcher 100 % alors que la rétention des fines de cellulose et des charges minérales est beaucoup plus faible. Elle varie généralement entre 30 et 70 % (JAYCOCK et SWALES, 1994). La meilleure façon de retenir ces fines particules est de les agglomérer à la surface des fibres, avant que la suspension n'atteigne la table de formation.

Par conséquent, lorsqu'on parle de rétention, on doit distinguer deux phénomènes. Premièrement, il y a la rétention physico-chimique qui consiste à fixer les éléments fins (charges, fines cellulosiques) sur les fibres. Deuxièmement, il y a la rétention mécanique, c'est-à-dire que les particules retenues sont filtrées par la toile de la machine à papier et par le matelas fibreux qui se forme sur cette même toile au cours de l'égouttage.

La rétention physico-chimique se produit avant la table plate et dépend du nombre de collisions entre les particules et de l'efficacité d'agglomération. La rétention mécanique a lieu pendant la formation de la feuille et dépend des phénomènes hydrodynamiques et de la structure interne du matelas fibreux en formation. Il faut souligner que ces deux phénomènes sont complémentaires : plus les éléments fins seront fixés sur les fibres, meilleure sera leur rétention sur la table plate.

Les avantages d'une bonne rétention sont les suivants (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989).

- Les eaux blanches sont moins concentrées, leur réutilisation est donc plus facile;
- il y a moins de pertes de matières, donc le coût de revient du papier est diminué;
- Les effluents étant moins concentrés, on engendre moins de pollution;

Il est important de noter que l'idéal n'est pas seulement d'avoir la meilleure rétention possible, mais aussi d'avoir une rétention stable afin d'assurer une bonne régularité de marche de la machine à papier.

Dans ce chapitre, on présente une théorie générale ainsi que différents modèles relatifs à la rétention physico-chimique et mécanique. Plusieurs modèles font intervenir le

concept de cellule unitaire afin de simplifier la modélisation. C'est ce dont il est question à la section suivante.

2.1 Cellule unitaire (DYER et al., 1980 et RAMARAO, 1993)

Afin d'étudier les phénomènes qui influencent la rétention et dans le but de développer des modèles mathématiques, on représente le milieu fibreux par un collecteur unitaire. Théoriquement, il est possible de retirer une simple fibre de son milieu (suspension fibreuse ou matelas fibreux), celle-ci représentant la moyenne de toutes les fibres. De cette façon, un système physique est remplacé par un arrangement équivalent, basé sur un simple collecteur entouré d'une enveloppe de fluide. La fibre unitaire et l'enveloppe sont représentées par deux cylindres coaxiaux de rayons différents, tels qu'illustrés à la figure 2.1. L'écoulement du fluide se fait perpendiculairement à l'axe de la fibre. Cette démarche simplifie grandement la modélisation du milieu, tel que nous le verrons aux sections suivantes.

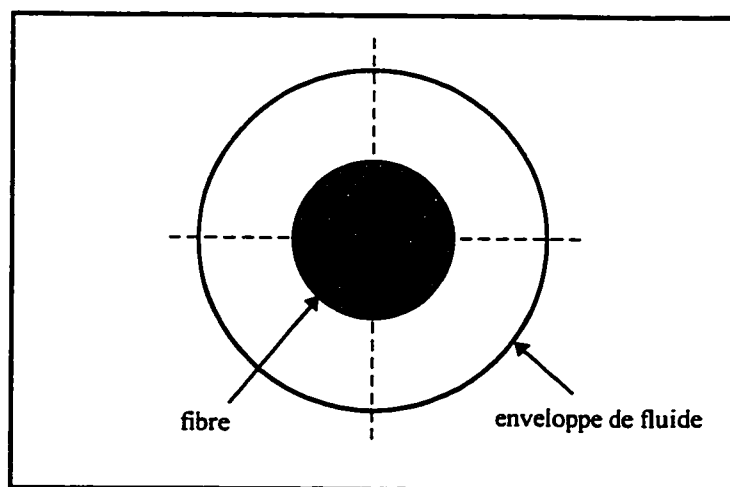


Figure 2.1 Cellule unitaire.

2.2 Rétention physico-chimique

L'hétérofloculation est l'agglomération de particules de natures différentes (charges et fibres par exemple) tandis que l'homofloculation est l'agglomération des fibres entre elles. L'hétérofloculation est très importante car c'est en majeure partie d'elle que dépend la rétention des charges et des fines sur la toile. Pour parvenir à la floculation de particules, il faut d'abord qu'elles se rencontrent et qu'ensuite cette rencontre soit efficace; c'est-à-dire que ces particules demeurent fixées ensemble sans être séparées par un cisaillement ultérieur.

Une fine particule se déplaçant autour de la fibre, dans le flux d'écoulement du fluide, subit l'action des forces hydrodynamiques et des forces colloïdales. La rencontre entre les deux particules dépend des interactions hydrodynamiques et l'agglomération dépend des interactions colloïdales. Afin d'analyser les phénomènes de rencontre et d'agglomération des particules, on utilise le modèle de la cellule unitaire. La figure 2.2 illustre ces phénomènes.

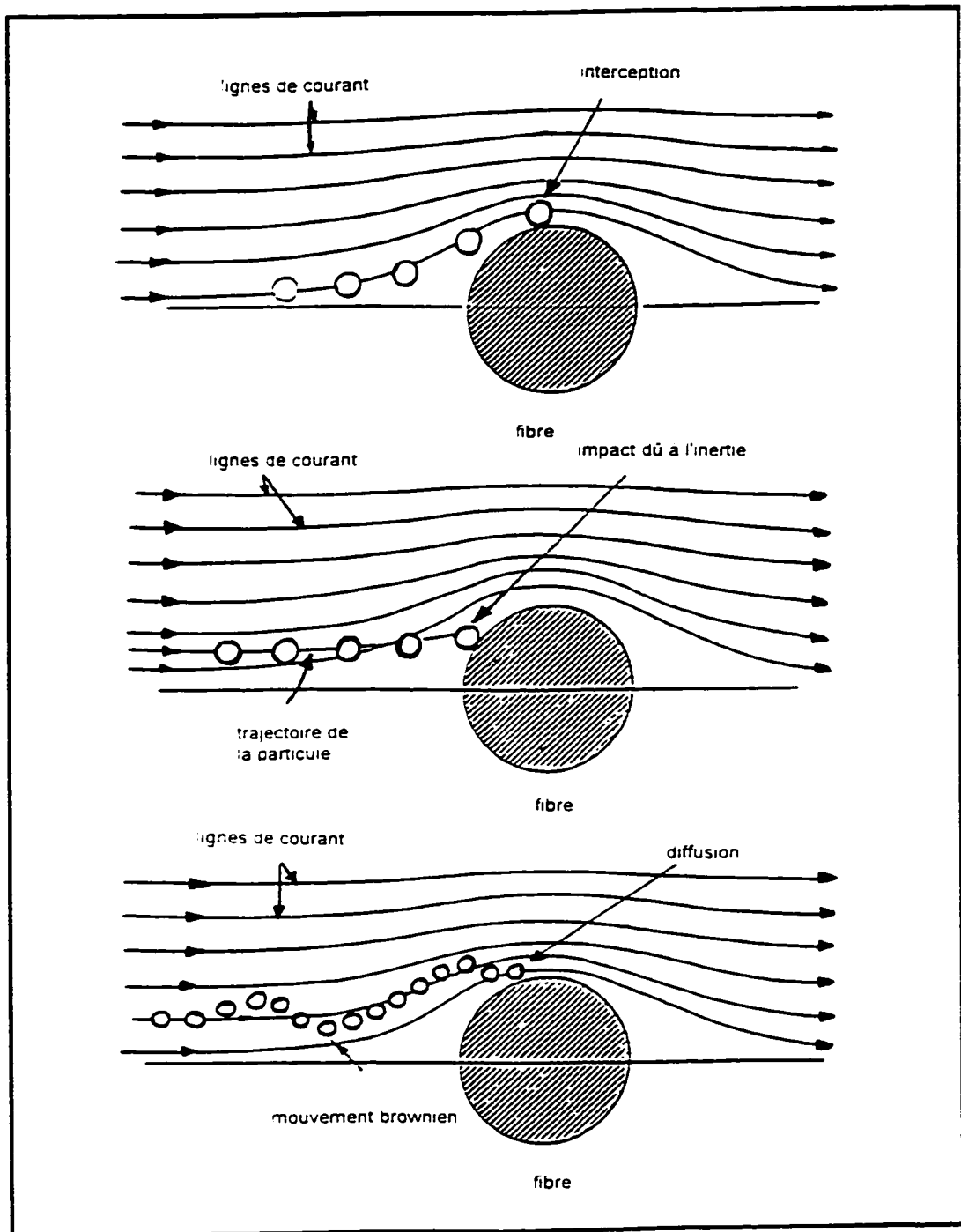


Figure 2.2 Mécanismes de collision entre les particules.

2.2.1 Interactions hydrodynamiques

La rencontre entre deux particules dépend de leur taille, de leur concentration et de l'agitation. Plus l'agitation est élevée et plus les particules sont grosses, plus elles ont de chances d'entrer en contact. Par ailleurs, on a remarqué que les particules de taille identique ont une plus grande probabilité de rencontre que les particules de taille différente (CARRE, 1992). L'homofloculation (floculation des fibres entre elles) est donc favorisée.

On peut classer les particules en fonction de leur taille et du type de collision qu'elles entraînent (tableau 2.1).

Tableau 2.1 Classement des éléments fins

Type	Dimension	Collision
Colloïde	$< 0.1 \mu\text{m}$	pericinétique mouvement brownien
matière solide en suspension (MES)	$> 0.1 \mu\text{m}$	orthocinétique cisaillement mécanique

Les collisions péricinétiques et orthocinétiques ont été formulées mathématiquement par Smoluchowski (1917). La fréquence de collisions par unité de temps et de volume de particules en solution dépend du nombre de particules et est exprimée par la relation suivante :

$$J_{F/c} = k_{o/p} N_F N_c \quad (2.1)$$

- où $J_{F/c}$ est la fréquence de collisions, $s^{-1}m^{-3}$;
 $k_{o/p}$ est le taux de collisions orthocinétiques ou péricinétiques, m^3/s ;
 N_F est le nombre de fibres en solution;
 N_c est le nombre de charges (de fines ou de colloïdes) en solution.

Les taux de collisions péricinétiques (k_p) et orthocinétiques (k_o) sont définis aux sections suivantes.

2.2.1.1 Collisions péricinétiques

L'agitation brownienne conduit généralement à des collisions de particules colloïdales appelées collisions péricinétiques. Un accroissement de la température permet d'augmenter ce type d'agitation. Le taux de collisions péricinétiques (en m^3/s) est calculé à partir de l'expression suivante (VAN DE VEN, 1993).

$$k_p = \frac{2KT(r_c + r_F)^2}{3\mu r_c r_F} \quad (2.2)$$

- où K est la constante de Boltzmann;
 r_c est le rayon des colloïdes, m;
 r_F est le rayon des fibres, m;
 T la température absolue, K;
 μ est la viscosité de la suspension, $Pa \cdot s$.

2.2.1.2 Collisions orthocinétiques

Ce type de collision dépend de l'agitation apportée par un cisaillement mécanique de la pâte. On calcule le taux de collision à partir de l'expression suivante (VAN DE VEN, 1993).

$$k_o = \frac{4}{3} \omega \left(\frac{L_F}{2} + r_c \right) (r_F + r_c)^2 \quad (2.3)$$

où L_F est la longueur des fibres, m;
 r_c est le rayon des charges (ou des fines), m;
 r_F est le rayon des fibres, m;
 ω est le taux de cisaillement de la pâte, s^{-1} .

Une valeur moyenne de ω couramment admise dans les circuits papetiers est de $1000 s^{-1}$ (CARRE, 1992).

Il est important de souligner que chaque collision ne conduit pas automatiquement à l'agglomération des particules. En effet, il existe des forces colloïdales répulsives ou attractives qui vont influencer l'efficacité des collisions. Ces forces colloïdales sont étudiées à la section 2.2.2. De plus, il existe une distance minimale d'approche (d_{min}), telle qu'illustrée à la figure 2.3, afin que la fine particule soit captée à la surface de la fibre (VAN DE VEN, 1989, BOUSFIELD et XU, 1993, CARRE, 1992).

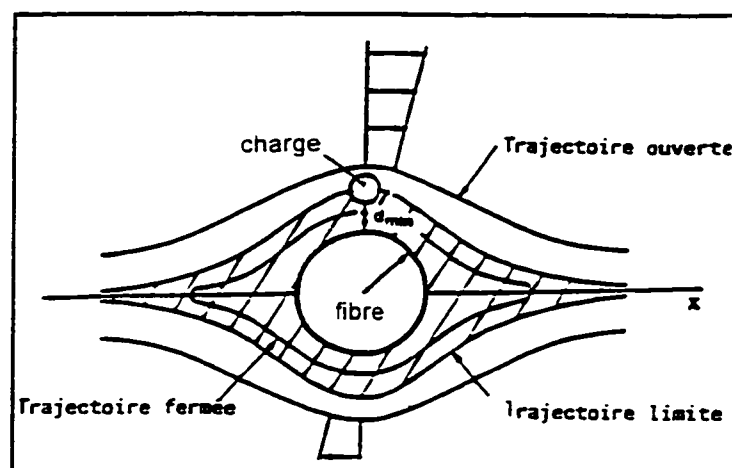


Figure 2.3 Distance minimale d'approche.

Pour que la collision soit efficace, il faut qu'à la distance d_{\min} les forces attractives colloïdales surpassent les forces hydrodynamiques et les forces de répulsion. Cependant, les distances minimales d'approche que peuvent atteindre les particules de tailles différentes sont trop grandes et les forces colloïdales y sont négligeables. Par ailleurs, les particules de même taille ont une distance minimale d'approche assez faible, permettant ainsi leur agglomération. C'est pour cette raison que l'homofloculation (fibres avec fibres) est favorisée devant l'hétérofloculation. Il faut noter que l'homofloculation n'est pas souhaitable car, même si elle entraîne une accélération de l'égouttage et une bonne rétention lors de la formation de la feuille, elle cause aussi une détérioration de l'épair (mauvaise qualité de la formation) et une diminution de la siccité limite à la sortie de la machine.

Finalement, les interactions hydrodynamiques entre fibres et charges (ou fines) sont des interactions à longues distances, ce qui empêche la charge d'être captée à la surface de la fibre. Pour augmenter l'efficacité des collisions, il est nécessaire de réduire la distance minimale d'approche et d'augmenter les forces attractives colloïdales. Ce type de forces est étudié à la section suivante.

2.2.2 Interactions colloïdales

Lorsqu'une particule est mise en solution dans l'eau, elle possède une charge à sa surface. Il en est de même pour les fibres et les charges. En solution, les fibres de cellulose ont une charge nette négative (RAMARAO, 1993). Si les charges minérales utilisées ont elles aussi une charge nette négative à leur surface (ce qui est le cas dans la gamme de pH papetière), il en résulte une répulsion et il est impossible de fixer ces particules ensemble. De plus, les interactions se produisant entre les doubles couches électriques de deux particules chargées se traduisent en une neutralité empêchant l'agglomération des particules. Cependant, il existe aussi des forces d'attraction pouvant annuler et surpasser les forces répulsives. Il s'agit des forces de Van der Waals. La théorie de la double couche électrique et les forces de Van der Waals sont abordées aux sections suivantes.

2.2.2.1 *Forces électrostatiques de répulsion : Double couche électrique (CARRÉ, 1992)*

La charge électrique d'une particule en suspension est compensée par des ions de signes opposés, aussi présents dans la solution. Ces contre-ions sont attirés à la surface de la particule alors que les ions de même charge sont repoussés. Ce phénomène, associé aux mouvements browniens, conduit à la formation de la double couche électrique. Cette double couche (figure 2.4) est constituée d'une couche d'eau liée comprenant la surface chargée et ses contre-ions, ainsi qu'une couche d'eau libre diffuse contenant les co-ions nécessaires à la neutralité.

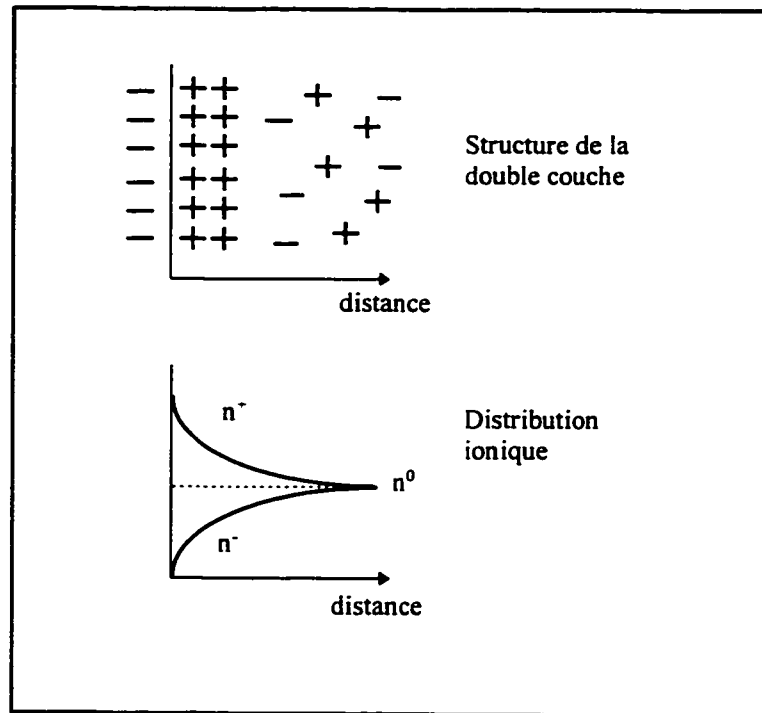


Figure 2.4 Double couche électrique.

A partir de la figure 2.4, on remarque que le potentiel diminue de façon exponentielle avec la distance, jusqu'à ce que le potentiel soit nul. À cette distance, il y a neutralisation des charges, ce qui empêche toute attraction entre les particules. Ce potentiel est appelé potentiel zéta ou potentiel électrocinétique. La valeur de ce dernier gouverne en grande partie l'agglomération des particules.

La double couche rend donc la suspension stable, ce qui empêche les particules de flocculer. Pour pallier ce problème, il faut déstabiliser la suspension en ajoutant un électrolyte.

2.2.2.2 Forces attractives de Van der Waals

Dans le cas des suspensions papetières, les forces de Van der Waals agissent selon la théorie de London, c'est-à-dire qu'il s'agit d'interactions entre deux dipôles induits (CARRE, 1992). Cette théorie est fondée sur le concept d'attraction entre deux atomes, due à la polarisation de l'un d'eux par les fluctuations dipolaires du second.

L'énergie d'attraction de Van der Waals entre deux particules est proportionnelle à $1/R^6$, R étant la distance entre les particules. C'est pourquoi il faut que la distance minimale d'approche soit très petite pour que ces forces permettent aux particules de s'accrocher.

En conclusion, afin d'avoir des collisions efficaces entre les particules, c'est-à-dire qu'il y ait hétérofloculation entre les fibres et les charges, il faut soit déstabiliser la suspension en ajoutant un électrolyte, soit diminuer la distance minimale d'approche pour que les forces de Van der Waal puissent agir. C'est le rôle que viennent jouer les agents de rétention.

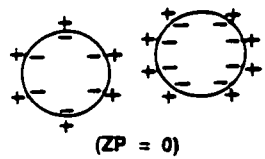
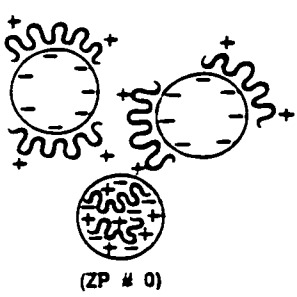
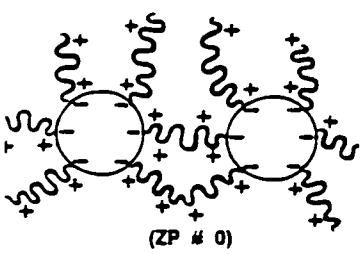
2.2.3 Amélioration de la rétention physico-chimique

Il a été expliqué précédemment que les éléments fins peuvent difficilement s'accrocher aux fibres à cause de la trop grande distance minimale d'approche et de la double couche électrique. L'ajout d'agents de rétention à la suspension fibreuse peut venir pallier ce problème. Ces agents peuvent être classés en trois catégories.

- Produits minéraux (exemple : sulfate d'aluminium);
- produits organiques naturels et leurs dérivés (exemple : amidons);
- produits organiques synthétiques (exemple : polyéthylèneimine).

D'une façon générale, si l'on désire obtenir une augmentation des caractéristiques du papier en même temps qu'une bonne rétention, on se tournera vers les amidons cationiques. En effet, ces produits sont très polyvalents et moins sensibles aux variations de pH, de composition fibreuse et de dureté de l'eau (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989). Le tableau 2.2 présente les trois principaux mécanismes de floculation des agents de rétention cationiques.

Tableau 2.2 Mécanismes de floculation

Mécanisme	Illustration	Description
Neutralisation de la Charge négative	 <p>(ZP = 0)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les forces de répulsion sont annulées au profit des forces d'attraction de Van der Waals - L'optimum de coagulation est lorsque le potentiel zeta, $ZP = 0$.
Adhérence en Mosaïque	 <p>(ZP ≠ 0)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les sites cationiques du polymère vont se fixer localement sur les particules. On observe : <ul style="list-style-type: none"> - une faible réduction de la distance minimale d'approche d_{min}; - les forces électrostatiques deviennent attractives - ce phénomène fonctionne bien avec des polymères de masse moyenne.
Formation de Ponts	 <p>(ZP ≠ 0)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ce phénomène fonctionne bien avec des polymères longs (de masse élevée); - La distance minimale d'approche d_{min} est considérablement réduite.

2.2.4 Modèle de rétention physico-chimique

On a vu que la rétention physico-chimique dépend des interactions hydrodynamiques et colloïdales. On a aussi vu comment calculer le taux de collisions entre les particules, mais chaque collision ne conduit pas nécessairement à une agglomération. On introduit donc un terme d'efficacité des collisions qui représente le rapport entre le nombre de collisions ayant conduit à une déposition et le nombre de collisions total.

2.2.4.1 Efficacité des collisions

Le nombre de collisions conduisant à une agglomération dépend du rapport entre les forces colloïdales et les forces hydrodynamiques (VAN DE VEN, 1993).

$$k = \alpha k_o \quad \text{ou} \quad k = \alpha k_p \quad (2.4)$$

où k_o est le taux de collisions orthocinétiques m^3/s ;
 k_p est le taux de collisions péricinétiques m^3/s ;
 α est l'efficacité des collisions :

$$\alpha = \frac{\text{Forces colloïdales}}{\text{Forces hydrodynamiques}} \quad (2.5)$$

Si les forces colloïdales sont attractives, la coagulation entre les particules est rapide. Par ailleurs, si on est en présence de forces de répulsion, le taux de collisions efficaces diminue, pouvant même passer de 1 à 0. On introduit donc un terme d'efficacité de capture (γ).

$$k = \gamma \alpha k_o \quad \text{ou} \quad \gamma \alpha k_p \quad (2.6)$$

Ainsi, lorsque la répulsion est forte, $\gamma = 0$ et si les forces de répulsion sont très faibles ou inexistantes, $\gamma = 1$. Contrairement à α , γ est pratiquement indépendant des forces hydrodynamiques, il dépend de la physico-chimie du système.

$$\gamma = \frac{\text{forces attractives colloïdales}}{\text{forces répulsives colloïdales}} \quad (2.7)$$

Si on n'ajoute aucun agent de rétention, la valeur de γ est déterminée principalement par la concentration et la valence des électrolytes présents dans l'eau et par la charge à la surface des fibres. Au-dessus d'une concentration critique en sels ou en dessous d'une charge de surface critique, γ tend vers 1. Pour une concentration faible en sels et des fibres très chargées, γ tend vers 0. Il apparaît donc clairement que l'ajout d'agents de rétention vient directement influencer l'efficacité des collisions entre particules. Cependant, il est important de noter que l'ajout d'un agent de rétention en excès peut avoir l'effet contraire. En effet, il peut alors y avoir un inversement de charge à la surface des particules et γ passe donc de 1 à 0. L'agglomération devient ainsi impossible. La figure 2.5 illustre le mécanisme de déposition des charges sur les fibres en présence d'agent de rétention; dans un premier temps, avec suffisamment d'agent et dans un deuxième temps avec un excès d'agent.

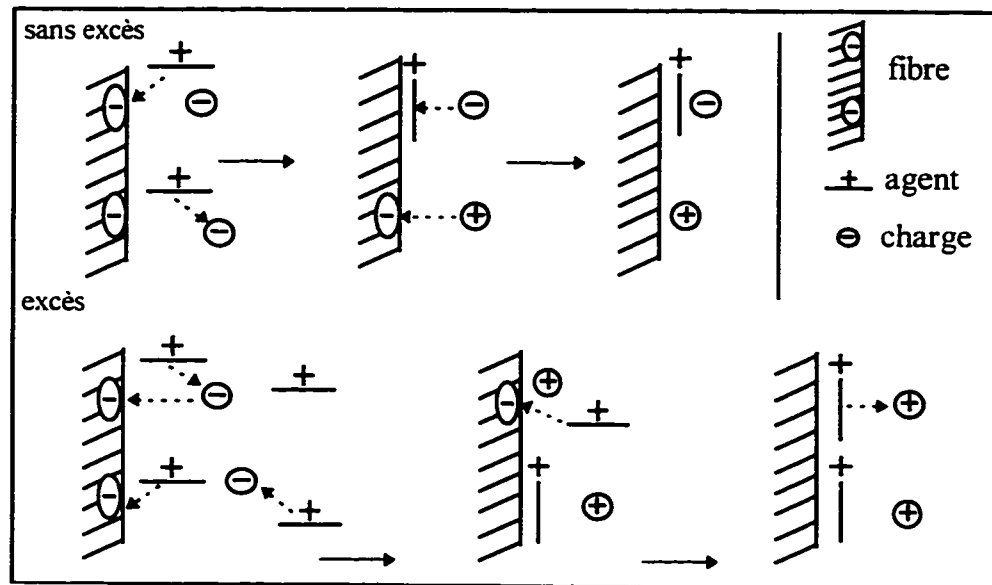


Figure 2.5 Mécanisme de déposition des charges sur les fibres

Finalement, le taux de fermeture des circuits est un autre facteur pouvant influencer l'efficacité des collisions. En effet, les contaminants dissous perturbent énormément la physico-chimie de la suspension et peuvent former des complexes avec les agents de rétention (VAN DE VEN, 1993), diminuant ainsi leur capacité de fixation sur les fibres et les charges.

2.2.4.2 Modèle de déposition des charges en présence d'agent de rétention

Ce modèle développé par Van de Ven (1990) est basé sur la cinétique de déposition des particules en suspension. Il permet de calculer la fraction de la surface des fibres (θ_{cf}) qui est couverte par les charges (ou les fines) en fonction du temps. Les équations présentées ici tiennent compte de la présence d'agent de rétention.

Taux de déposition des agents de rétention sur les charges :

$$r_{\theta_{a/c}} = k'_{a/c} C_a (1 - \theta_{a/c}) - k_{a/c}^{\det} \theta_{a/c} \quad (2.8)$$

- où C_a est la concentration en agent de rétention, g agents/g matière solide;
 $k'_{a/c}$ est le taux de déposition des agents de rétention sur les charges, s^{-1} ;
 $k_{a/c}^{\det}$ est le taux de détachement entre les agents de rétention et les charges, s^{-1} ;
 $\theta_{a/c}$ est la fraction de la surface des charges couverte par les agents de rétention.

Taux de déposition des agents de rétention sur les fibres :

$$r_{\theta_{a/F}} = k'_{a/F} C_a (1 - \theta_{a/F}) - k_{a/F}^{\det} \theta_{a/F} \quad (2.9)$$

- où C_a est la concentration en agent de rétention, g agents/g matière solide;
 $k'_{a/F}$ est le taux de déposition des agents de rétention sur les fibres, s^{-1} ;
 $k_{a/F}^{\det}$ est le taux de détachement entre les agents de rétention et les fibres, s^{-1} ;
 $\theta_{a/c}$ est la fraction de la surface des fibres couverte par les agents de rétention;

Taux de déposition des charges sur les fibres :

$$r_{\theta_{c/F}} = k'_{c/F} C_c (1 - \theta_{c/F}) (\theta_{a/c} - 2\theta_{a/c} \theta_{a/F} + \theta_{a/F}) - k_{c/F}^{\det} \theta_{c/F} \theta_{a/c} \theta_{a/F} \quad (2.10)$$

- où C_c est la concentration en charge, g de charge/g de matière solide;
 $k'_{c/F}$ est le taux de déposition des charges sur les fibres, s^{-1} ;
 $k_{c/F}^{\det}$ est le taux de détachement entre charges et les fibres, s^{-1} ;
 $\theta_{c/F}$ est la fraction de la surface des fibres couverte par les charges.

avec
$$C_a = C_{a0} (1 - \lambda_{a/c} \theta_{a/c} - \lambda_{a/F} \theta_{a/F}) \quad (2.11)$$

où C_{a0} est la concentration initiale en agents de rétention, g/g

$$C_c = C_{c0} (1 - \lambda_{a/c} \theta_{c/F}) \quad (2.12)$$

où C_{c0} est la concentration initiale en charges, g/g

$$\lambda_{a/c} = \left[\frac{C_{a/c}^{\max}}{C_{a0}} \right] \quad \lambda_{a/F} = \left[\frac{C_{a/F}^{\max}}{C_{a0}} \right] \quad \lambda_{c/F} = \left[\frac{C_{c/F}^{\max}}{C_{c0}} \right]$$

où $C_{i/j}^{\max}$ est la concentration maximale de i pouvant se déposer sur j, g/g

et finalement,
$$k'_{i/j} = k N_F \quad (2.13)$$

Nous avons utilisé les indices i et j afin d'alléger le texte. Le terme k'_{ij} signifie le taux de collision entre la particule i et la particule j. Le taux de collision k a été défini à la section 2.2.4.1. Il dépend du taux de collisions péricinétiques ou orthocinétiques, de l'efficacité de capture et de l'efficacité de collisions. En considérant un poids moyen de fibre de 1 μ g, calculé à partir de la section et de la densité de la cellulose, nous obtenons, par la formule suivante, une approximation du nombre de fibres N_F dans 1 m³ de suspension à l'aide de la relation suivante (CARRE, 1992) :

$$N_F = 10^6 C_F \quad (2.14)$$

k_{ij}^{\det} représente le taux de détachement des particules. Il dépend de deux facteurs : le taux de cisaillement et l'énergie minimum E, nécessaire pour vaincre la force de liaison.

$$k_{i/j}^{\text{det}} = \phi_{i/j} \exp\left(-\frac{|E_{i/j}|}{KT}\right) \quad (2.15)$$

où K est la constante de Boltzmann;

T est la température absolue

ϕ dépend des conditions hydrodynamiques et E dépend de la nature chimique de la liaison.

On peut finalement calculer la rétention physico-chimique pour les deux cas suivants.

- ***La concentration en charges (ou fines) est inférieure ou égale à $C_{c/F}^{\text{max}}$***

$$R_{p-c} = \frac{\theta_{c/F} C_{c0}}{C_{c0}} = \theta_{c/F} \quad (2.16)$$

- ***La concentration en charges (ou fines) est supérieure à $C_{c/F}^{\text{max}}$ (excès)***

$$R_{p-c} = \frac{\theta_{c/F} C_{c/F}^{\text{max}}}{C_{c0}} \quad (2.17)$$

2.3 Rétention mécanique

La rétention mécanique dépend des phénomènes hydrodynamiques et de la structure interne du matelas fibreux en formation. La rétention est calculée à partir de la concentration dans les eaux blanches. Nous présentons dans cette section deux modèles permettant de prévoir la concentration dans les eaux blanches le long de la table plate. De plus, la rétention des éléments fins dépend d'un paramètre important : l'efficacité de la fibre unitaire à collecter ces éléments. Des modèles ont été développés pour les particules colloïdales et ils sont présentés dans cette section.

2.3.1 Concentration dans les eaux blanches

2.3.1.1 *Modèle de filtration*

La formation de la feuille sur une table plate est caractérisée par l'égouttage d'une suspension fibreuse à travers une toile de fabrication. Un matelas fibreux se forme alors sur la toile, servant lui-même de filtre. On suppose que la concentration de la suspension au-dessus du matelas reste constante et égale à sa valeur initiale. Plus l'accumulation de matière devient importante, meilleure est la rétention des fines particules. Les expérimentations effectuées par Han (1962) ont démontré que la concentration dans les eaux blanches décroît de façon exponentielle avec l'accumulation de matière sur le milieu filtrant.

$$C_e(x) = (1 - R_0)C_0 e^{-I_f G(x)} \quad (2.18)$$

où C_0 est la concentration dans la caisse de tête, kg/m^3 ;

G est le grammage du matelas fibreux en formation, kg/m^2 ;

I_f est l'indice de filtration, m^2/kg ;

R_0 est la rétention initiale, à $x = 0$.

On retrouve dans la littérature des valeurs caractéristiques de la rétention initiale R_0 pour les fibres (ESTRIDGE, 1962). Dans le cas des fines ou des charges, leur rétention initiale va dépendre d'une part, de l'efficacité d'agglomération sur les fibres, donc de la rétention physico-chimique, et d'autre part de la rétention initiale des fibres elles-mêmes.

L'indice de filtration I_f représente le pouvoir colmatant de la suspension fibreuse. Cet indice est fonction du diamètre moyen des fibres \bar{d}_f , de la longueur moyenne des fibres \bar{L}_f , et de la masse volumique des fibres ρ_f (MEYER, 1971) :

$$I_f \propto \frac{\bar{L}_f}{\rho_f \bar{d}_f^2} \quad (2.19)$$

Cet indice est aussi proportionnel à l'efficacité des fibres à collecter de petites particules (fines et charges), que l'on nomme efficacité de la fibre unitaire (E_f). Cette efficacité dépend des interactions hydrodynamiques et colloïdales (forces de Van der Waals). Elle est la somme des efficacités des mécanismes d'interception, d'inertie et de diffusion (RAMARAO, 1993). Van de Ven (1984) a observé que pour les particules ayant un rayon inférieur à $0.1 \mu m$, la diffusion est le mécanisme qui contrôle la capture des fines particules alors que pour les particules de dimensions supérieures, la rétention augmente avec leur dimension. L'efficacité de la fibre unitaire est étudiée plus en détails à la section 2.3.3.

2.3.1.2 *Modèle d'écoulement piston*

Al-Jabari et al. (1994) ont élaboré un modèle théorique du procédé d'écoulement à travers un lit tassé de fibres et de la déposition des charges sur les fibres. L'écoulement est décrit en termes de répartition des temps de séjour et il est considéré comme étant complètement séparé, de sorte que le lit peut être divisé en un certain nombre de sections, chacune étant caractérisée par une vitesse d'écoulement constante du fluide. Dans chacune des sections, le transport des charges est régi par deux équations différentielles partielles qui décrivent le transport des particules et la cinétique de la déposition.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{P_1} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial z} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{1}{P_2} \left(P_1 n(1 - N) - \frac{1}{P_3} N \right) = 0 \quad (2.21)$$

où N est la concentration adimensionnelle des charges sur les fibres;
 n est la concentration adimensionnelle en charges dans la suspension;
 z est l'axe d'écoulement (perpendiculaire au matelas fibreux).

Les trois constantes adimensionnelles P_1 , P_2 et P_3 sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \frac{\varepsilon C_{c0}}{(1 - \varepsilon) \rho_F C_{c/F}^{\max}} \\
 P_2 &= \frac{1}{k'_{c/F} \bar{\tau}_r} \\
 P_3 &= \frac{k'_{c/F} C_{c/F}^{\max}}{k_{c/F}^{\det}}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

où ε est la porosité du matelas fibreux;

$\bar{\tau}_r$ est le temps de résidence moyen du liquide dans le matelas fibreux, s;

Les autres termes ont été définis à la section 2.2.4.2.

Les conditions frontières et les conditions initiales pour résoudre ces deux équations différentielles sont :

$$n(0,t) = 1 ; \quad n(z,0) = 0 ; \quad N(z,0) = 0. \tag{2.23}$$

La résolution de ces équations permet d'obtenir la concentration en charges à la sortie du matelas (pour une section de matelas ayant une vitesse d'écoulement constante). Après un certain temps, la concentration en charges dans les eaux blanches devrait être en régime permanent, c'est-à-dire que le taux de particules déposées devrait égaler le taux de particules détachées. La concentration des charges sur les fibres, en régime permanent, (N_e) est donnée par l'équation suivante.

$$\frac{1}{N_e} = \frac{\rho_F(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{k_{c/F}^{\det}}{k'_{c/F} C_{c/F}^{\max}} \frac{1}{n_e^{\infty}} + \frac{1}{C_{c/F}^{\max}} \tag{2.24}$$

où n_e^{∞} est la concentration adimensionnelle des charges dans les eaux blanches, en régime permanent;

ρ_F est la masse volumique des fibres, kg/m^3 .

Les équations précédentes permettent d'obtenir des résultats pour le cas idéal d'écoulement piston dans un lit de particules. Cependant, un matelas fibreux réel possède une certaine distribution de temps de résidence due à la non-uniformité de la perméabilité. Afin de tenir compte du caractère non-idéal du système, le matelas fibreux est divisé en un certain nombre de sections d'écoulement piston, chacune ayant des poids différents ($\Delta F(\tau)$). Ces derniers sont déterminés à partir de la fonction de distribution des temps de résidence, $F(\tau)$.

$$F(\tau) = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\left(\frac{P'}{t} \right)^{\frac{1}{2}} (1-t) \right] + \frac{1}{t+1} \left(\frac{t}{4\pi P'} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{P'(1-t)^2}{t} \right] \psi(\tau') \quad (2.25)$$

$$\tau' = \frac{t}{t+1}$$

où

$$\psi(\tau') = (1 - 6\tau' + 4\tau'^2) - \frac{\tau'(1-\tau')}{2P'} (1 - 18\tau' + 24\tau'^2)$$

$P' = Pe/4$ où Pe est le nombre adimensionnel de Peclet. Une valeur caractéristique de Pe pour les écoulements à travers des lits de particules est de 40.

Les équations du modèle d'écoulement piston sont résolues pour chaque section. Finalement, on obtient le profil de concentration adimensionnelle dans les eaux blanches en fonction du temps.

$$n_e(t) = \sum_i n_i(t, \tau_i) \Delta F(\tau_i) \quad (2.26)$$

où n_i est la concentration adimensionnelle en charges dans les eaux blanches , à la sortie de l'élément i ;

τ_i est le temps de résidence dans la section i .

L'intérêt de ce modèle est qu'il permet de prévoir la déposition des charges dans le matelas fibreux en tenant compte autant des conditions hydrodynamiques que des conditions physico-chimiques du système. Cependant, ce modèle possède un nombre considérable de paramètres empiriques.

2.3.2 Efficacité de la fibre unitaire

2.3.2.1 Modèle basé sur la trajectoire d'une fine particule autour d'une fibre

Ce modèle, développé par Dyer et al. (1980) simule un système dans lequel une suspension diluée de petites particules sphériques s'écoule à travers un matelas fibreux. Afin de développer le modèle, les auteurs ont utilisé le modèle du collecteur unique (voir section 2.1). Ils ont utilisé un système idéalisé, représenté par le mouvement d'une petite particule autour d'une fibre caractérisée par une section circulaire et une surface lisse.

Les effets de trois forces ont été considérés :

- les forces hydrodynamiques;
- les forces d'attraction et de répulsion liées à la charge de surface;
- les forces d'attraction moléculaires.

Le modèle développé se présente sous la forme de deux équations différentielles du deuxième ordre.

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = K_1 \left(v_r - \frac{dr}{dt} \right) + r \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 - F_{vdW} + F_{DC} \quad (2.27)$$

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = K_1 \left(\frac{v_\phi}{r} \right) - \left(\frac{d\phi}{dt} \right) - \frac{2}{r} \left(\frac{dr}{dt} \right) \frac{d\phi}{dt} \quad (2.28)$$

$$K_1 = \frac{18\mu r_F}{d_{fine}^2 \rho_p U} \quad (2.29)$$

- où d_{fine} est le diamètre de la fine particule;
 F_{DC} est la force créée par la double couche électrique;
 F_{vdW} sont les forces de Van der Waals;
 ϕ est la composante angulaire de la position;
 r est la composante radiale de la position;
 r_F est le rayon des fibres;
 U est la vitesse d'écoulement;
 v_r est la composante radiale de la vitesse du fluide;
 v_ϕ est la composante angulaire de la vitesse du fluide.

La résolution numérique de ces équations permet de tracer la trajectoire d'une petite particule sphérique autour d'une simple fibre. On peut ainsi déterminer l'efficacité de la fibre unitaire à collecter de fines particules.

En conclusion, un avantage de ce modèle est qu'il permet d'étudier l'influence des différentes forces hydrodynamiques et physico-chimiques sur la rétention mécanique.

2.3.2.2 *Modèle basé sur la diffusion*

Ce modèle développé par Van de Ven (1984) est basé sur l'écoulement d'une suspension fibreuse, contenant des particules colloïdales en suspension, à travers un matelas de fibres en formation. Ramarao (1993) et Van de Ven (1984) ont observé que l'agglomération des colloïdes à la surface des fibres est contrôlée par la diffusion. L'efficacité de la fibre unitaire est donc inversement proportionnelle à la dimension des fines particules et est définie de la façon suivante :

$$E_f = \frac{DSh_f}{r_c U} \quad (2.30)$$

où D est le coefficient de diffusion, m^2/s ;
 r_c est le rayon des charges (des fines ou colloïdes), m ;
 Sh_f est le nombre de Sherwood;
 U est la vitesse d'égouttage, m/s .

Le coefficient de diffusion, D est donné par l'équation de Stokes-Einstein suivante :

$$D = \frac{KT}{6\pi\mu r_c} \quad (2.31)$$

où K est la constante de Boltzmann;
 T est la température absolue, K .

Dans son modèle, Van de Ven utilise une vitesse d'égouttage moyenne, pour la section de formation comprise entre la sortie de caisse de tête et la ligne d'eau. Il estime cette vitesse comme suit.

$$U = \frac{H_0}{d_{\text{ligne d'eau}}} V_m \quad (2.32)$$

où $d_{\text{ligne d'eau}}$ est la distance entre la caisse de tête et la ligne d'eau;
 H_0 est la hauteur initiale de suspension, à la sortie de la caisse de tête;
 V_m est la vitesse de la machine.

Les résultats obtenus avec ce modèle ont démontré que la rétention des particules ayant un rayon inférieur à $0.1 \mu\text{m}$ est contrôlée par la diffusion alors que pour les particules de dimension supérieure, la rétention augmente avec leur dimension.

2.4 Calcul de la rétention

2.4.1 Rétention première passe

La rétention première passe de tous les éléments constitutifs de la pâte (fibres, charges et fines) est calculée à partir des concentrations totales en matière sèche dans la caisse de tête et dans les eaux blanches (CARRÉ, 1992).

$$R_{pp} = 1 - \frac{C_e}{C_0} \quad (2.33)$$

où C_0 est la concentration totale dans la caisse de tête, kg/m^3 ;
 C_e est la concentration totale dans les eaux blanches, kg/m^3 ;

De même, il est possible de calculer la rétention première passe pour chaque type de constituants :

$$R_{pp_i} = 1 - \frac{C_{ei}}{C_{0_i}} \quad (2.34)$$

où C_{0_i} est la concentration de la composante i dans la caisse de tête;

C_{ei} est la concentration de la composante i dans les eaux blanches.

2.4.2 Rétention globale

La rétention globale est le rapport entre la quantité de matière quittant la machine et la quantité de matière à l'entrée de la machine (NORMAN, 1990).

$$R_G = \frac{Q_m C_m}{Q_0 C_0} = \frac{G_f V_m L_p}{Q_0 C_0} \quad (2.35)$$

C_0 est la concentration dans la caisse de tête, kg/m^3 ;

C_m est la concentration dans le matelas fibreux, kg/m^3 ;

G_f est le grammage de la feuille de papier kg/m^2 ;

L_p est la largeur de la feuille de papier, m ;

Q_0 est le débit à la sortie de la caisse de tête, m^3/s ;

Q_m est le débit de papier à la sortie de la machine, m^3/s ;

V_m est la vitesse de la machine, m/s .

2.5 Conclusion

Une revue de la théorie et de différents modèles de rétention existants a été présentée dans ce chapitre. Le chapitre suivant traite du développement d'un modèle de rétention mécanique basé sur les lois hydrodynamiques.

CHAPITRE III

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE DE DRAINAGE ET DE RÉTENTION

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle de drainage de la suspension fibreuse et de la rétention des éléments fins (fines et charges) sur la table plate d'une machine à papier. Ce modèle est basé sur les lois de l'écoulement de la suspension de fibres à travers le matelas fibreux en formation sur la toile de fabrication. Ce modèle doit permettre de calculer, en tout point de la table plate, les débits d'eaux blanches (Q_e), les concentrations en fines et en charges (C_e) dans les eaux blanches ainsi que l'accumulation de matière (grammage, G) à partir de laquelle on peut calculer l'épaisseur du matelas fibreux (h). Le modèle développé doit de plus tenir compte de la nature et des caractéristiques physiques de la suspension (degré de raffinage, concentration dans la caisse de tête, teneur en fines et en charges, viscosité et masse volumique) ainsi que des paramètres opératoires de la machine à papier (vitesse, laize, résistance à l'égouttage de la toile et pression d'aspiration créée par les éléments d'égouttage).

Afin de bien comprendre les phénomènes de drainage et de rétention, nous allons d'abord analyser la formation de la feuille.

3.1 Modélisation de la formation de la feuille sur table plate

Afin d'analyser la formation du matelas fibreux, on représente cette formation par une série d'éléments (figure 3.1). Q_0 est le débit à la sortie de la caisse de tête, C_0 est la

concentration dans la caisse de tête, Q_e est le débit d'égouttage, C_e est la concentration dans les eaux blanches, H_0 est la hauteur initiale de la suspension, H et h sont respectivement la hauteur de suspension et l'épaisseur du matelas fibreux, et G est le grammage. Chaque élément de formation peut être vu comme un procédé en cuvette ayant une durée Δt . Il est plus pratique et plus visuel de calculer nos données en fonction de la distance sur la table plutôt qu'en fonction du temps. Il existe une relation entre le procédé en cuvette correspondant à un élément de formation et le procédé continu, auquel correspond la formation (en régime permanent) sur la table plate (SAMPSON et KROPHOLLER, 1996). Il suffit de calculer la longueur de formation dx correspondant à la durée de formation Δt , $\Delta x = \Delta t \cdot V_m$.

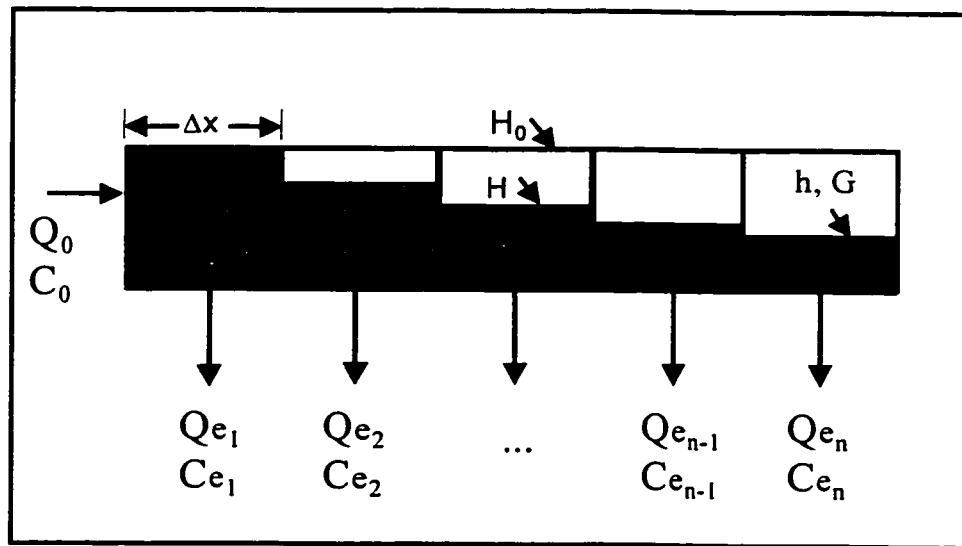


Figure 3.1 Représentation de la formation par une série d'éléments.

La formation de la feuille est caractérisée par la déposition des fibres et autres matières en suspension sur la toile de fabrication. D'un élément de formation à l'autre, une nouvelle couche de matière se dépose, augmentant ainsi l'épaisseur du matelas (h) et son grammage (G). Ce processus se poursuit jusqu'au moment où le grammage final est atteint, et qu'il n'y a plus de suspension visible à la surface du matelas fibreux. On entre

alors dans un processus de séparation à trois phases (solide/eau/air) n'entrant pas dans le cadre de ce projet. La démarcation entre le processus de séparation à deux phases et celui à trois phases se nomme ligne d'eau. Le modèle présenté dans ce chapitre est donc valable jusqu'au niveau de la ligne d'eau.

L'accumulation de matière sur la toile de fabrication crée une résistance à l'égouttage de plus en plus grande. L'égouttage est caractérisé par la diminution de hauteur de la suspension (H), au fur et à mesure que celle-ci traverse le matelas fibreux en formation. Plus le matelas est épais, plus l'égouttage est lent et meilleure est la rétention des fines particules. La concentration dans les eaux blanches diminue donc d'un élément à l'autre. Le modèle de concentration dans les eaux blanches choisi est le modèle de filtration présenté à la section 2.3.1.1. La concentration dans la suspension au dessus du matelas est considérée constante et égale à sa valeur initiale. Nous présentons ici ce modèle sous une autre forme, c'est-à-dire qu'il tient compte du type de particule que l'on souhaite étudier.

$$\left(C_{e_i}\right)_n = \left(1 - R_{0_i}\right) C_{0_i} e^{-I_{f_i} G_n} \quad (3.1)$$

- où C_0 est la concentration dans la caisse de tête, kg/m^3 ;
 G est le grammage, kg/m^2 ;
 I_f est l'indice de filtration, m^2/kg ;
 R_0 est la rétention initiale, à $x = 0$;
 i est le type de particule considéré (fibre, fine ou charge);
 n est l'élément de formation considéré.

On peut aussi exprimer la relation sous forme d'une fonction continue en fonction de la distance sur la table plate :

$$C_{e_i}(x) = (1 - R_{0_i}) C_{0_i} e^{-I_{f_i} G(x)} \quad (3.2)$$

L'indice de filtration I_f a été défini à la section 2.3.1.1. Il est exprimé à l'équation 3.3 en fonction du type de particule considéré (i).

$$I_{f_i} = \frac{\bar{L}_f}{\rho_f \bar{d}_f^2} E_{f_i} \quad (3.3)$$

où \bar{L}_f est la longueur moyenne des fibres, m;
 ρ_f est la masse volumique des fibres kg/m^3 ;
 \bar{d}_f est le diamètre moyen des fibres, m;
 E_{f_i} est l'efficacité de la fibre unitaire à collecter l'élément i.

La concentration dans les eaux blanches dépend de l'accumulation de matière G. Le taux d'accumulation de matière dans l'élément de formation n se calcule à l'aide de l'expression suivante (MEYER, 1971)

$$\frac{\Delta G_n}{\Delta x} = (C_0 - C_{e_n}) \frac{U_{e_n}}{V_m} \quad (3.4)$$

où C_e est la concentration totale dans les eaux blanches ($\sum C_{e_i}$), kg/m^3
 U_e est la vitesse d'égouttage (débit (Q_e) divisé par la surface filtrante de l'élément de formation n), m/s ;

V_m est la vitesse de la machine (m/s), sa présence dans l'équation permettant d'exprimer G en fonction de x .

On peut exprimer le taux d'accumulation de la matière sous la forme d'une fonction continue :

$$\frac{dG(x)}{dx} = (C_0 - C_e(x)) \frac{U_e(x)}{V_m} \quad (3.5)$$

Finalement, on calcule $G(x)$ en intégrant l'équation précédente entre 0 et x .

$$G(x) = \int_0^x \left(C_0 - C_e(x) \frac{U_e(x)}{V_m} \right) dx \quad (3.6)$$

On note que la concentration dans les eaux blanches est une fonction de G , et que pour calculer G on a besoin de C_e . Ce problème sera abordé au chapitre IV, dans le cadre de la résolution du modèle.

L'épaisseur du matelas fibreux (h) est obtenue en divisant le grammage (G) par la concentration moyenne du matelas fibreux.

$$h(x) = \frac{G(x)}{\bar{C}_m} \quad (3.7)$$

La concentration du matelas fibreux (C_m , kg/m³) est estimée par un simple bilan de matière autour de la table plate (voir figure 3.2 et équation 3.8). On utilise une concentration moyenne des eaux blanches. Par conséquent, la concentration du matelas est aussi une valeur moyenne.

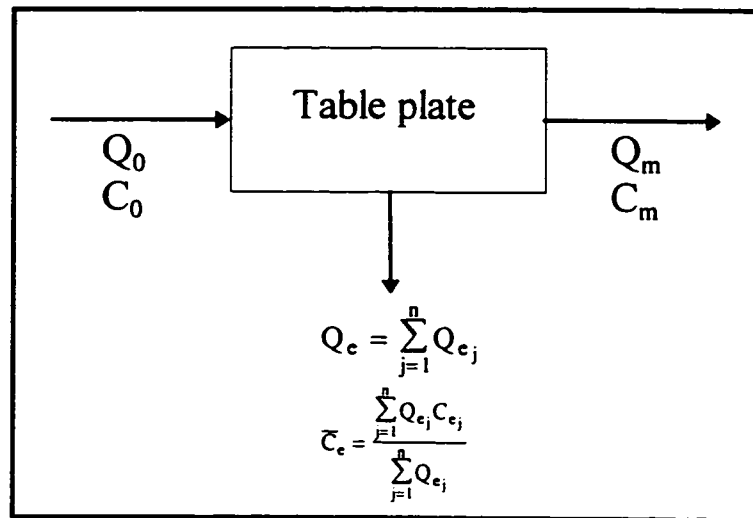


Figure 3.2 Bilan de matière autour de la table plate.

$$\begin{aligned} Q_0 - Q_e &= Q_m \\ Q_0 C_0 - Q_e \bar{C}_e &= Q_m \bar{C}_m \end{aligned} \quad (3.8)$$

où \bar{C}_e est la concentration moyenne dans les eaux blanches, kg/m³;
 \bar{C}_m est la concentration moyenne dans le matelas fibreux, kg/m³;
 Q_m est le débit de matelas fibreux, m³/s.

L'accumulation de matière (G) et l'épaisseur du matelas fibreux (h) dépendent directement de la vitesse d'égouttage de la suspension (U_e). La section suivante présente le modèle de drainage le plus couramment utilisé en papeterie. Nous présentons aussi un modèle développé plus récemment par Pires (1995) et sur lequel nous nous sommes basé pour définir notre modèle de drainage.

3.2 Modélisation du drainage

Le matelas fibreux en formation est un milieu poreux, c'est-à-dire que le milieu contient des espaces vides entre les particules solides. Avant la ligne d'eau les espaces vides sont saturés en eau. Après la ligne d'eau, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a plus de suspension visible à la surface du matelas fibreux, on est alors en présence de trois phases : solide, eau et air. Afin de modéliser l'égouttage, on fait donc appel à des modèles de l'écoulement dans les milieux poreux. Bear (1972) et Scheidegger (1974) sont de bonnes références dans le domaine.

L'écoulement dans un milieu poreux est essentiellement contrôlé par le gradient de pression appliquée à la section droite perpendiculaire à l'écoulement. La plupart des auteurs qui ont développé des modèles de drainage (PIRES et al., 1988, EL KADERI, 1992, SAMPSON et KROPHOLLER, 1996) se basent sur la loi de Darcy. Cette loi, appliquée au drainage de la suspension fibreuse, est exprimée de la façon suivante :

$$\frac{Q_e}{A} = U_e = \frac{\Delta P}{\mu(R_{toile} + Rf_{spec}G)} \quad (3.9)$$

- où
- Q_e est le débit d'égouttage, m^3/s ;
 - A est la surface filtrante, m^2 ;
 - ΔP est le gradient de pression, Pa;
 - R_{toile} est la résistance de la toile à l'égouttage, m^{-1} ;
 - Rf_{spec} est la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux, m/kg ;

Plus récemment, un modèle a été développé par Pires (1995). Il est présenté à la section suivante. Le modèle utilisé dans le cadre de notre projet s'est grandement inspiré de celui de Pires.

3.2.1 Modèle de Pires (1995)

La vitesse d'égouttage est caractérisée par la diminution de la hauteur de suspension en fonction du temps.

$$U_e = -\frac{dH}{dt} \quad (3.10)$$

Le modèle de drainage est basé sur la deuxième loi de Newton : *la somme des forces extérieures agissant sur une masse de fluide est égale au taux de variation de quantité de mouvement*. La figure 3.3 illustre les différentes forces agissant sur un élément de formation :

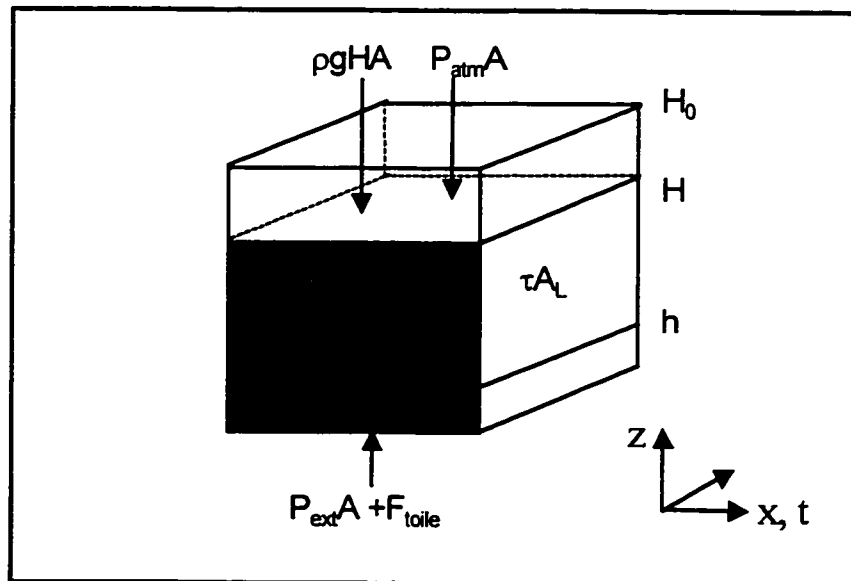


Figure 3.3 Forces agissant sur un élément de formation.

On pose l'hypothèse que l'égouttage est uniforme le long de la surface du volume de contrôle, c'est-à-dire dans le sens travers de la machine ($\vec{u} \cdot d\vec{A} = 0$). Un bilan de

forces et de quantité de mouvement autour du volume de contrôle nous conduit aux équations suivantes.

$$\sum \bar{F} = \sum \bar{F}_{\text{autour du volume}} + \sum \bar{F}_{\text{poids de la suspension}} \quad (3.10)$$

$$\sum \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{volume}} \bar{u} \rho dV + \int_{\text{surface}} \bar{u} \rho \bar{u} \cdot d\bar{A}$$

$$\sum F_{\text{autour du volume}} = P_{\text{ext}} A - P_{\text{atm}} A + F_{\text{toile}} + \tau A_L \quad (3.11)$$

$$\sum F_{\text{poids de la suspension}} = -\rho g H(t) A \quad (3.12)$$

où A est la surface filtrante du volume de contrôle, m^2 ;
 A_L est la surface latérale du volume de contrôle, m^2 ;
 F_{toile} est la tension de la toile de fabrication, N;
 H est la hauteur de la suspension, m;
 P_{atm} est la pression atmosphérique, Pa;
 P_{ext} est la pression créée par les éléments d'égouttage, Pa;
 τA_L est la force de cisaillement sur la paroi latérale, N.

Le développement des équations précédentes nous conduit à une équation différentielle du deuxième ordre de la hauteur de suspension en fonction du temps. La démonstration est présentée à l'annexe I.

$$\rho H \frac{d^2 H}{dt^2} + \rho g H = P_{\text{ext}} - P_{\text{atm}} + \frac{F_{\text{toile}}}{A} + \frac{\tau A_L}{A} \quad (3.13)$$

Le premier terme de gauche représente la pression causée par l'accélération de l'égouttage et le deuxième est la pression hydraulique exercée par le poids de la

suspension. Les termes de droite sont respectivement la pression extérieure absolue appliquée sous la toile, la pression atmosphérique, la tension de la toile et finalement, les forces de cisaillement agissant sur la paroi latérale du volume de contrôle. Cette équation permet d'obtenir la vitesse d'égouttage dans un élément de formation, celle-ci étant caractérisée par la variation de hauteur de suspension en fonction du temps, dH/dt . Pires a observé que les forces exercées sur la toile (tension) et sur la paroi latérale du volume de contrôle sont assimilables à une perte de charge dans le matelas fibreux. Il a proposé deux modèles de perte de charge afin de remplacer les termes de tension et de cisaillement. Le premier est basé sur la loi de Darcy et tient compte des forces visqueuses. Le deuxième tient plutôt compte des forces d'inertie ainsi que de la compressibilité du matelas fibreux. Dans notre cas, nous avons remplacé les termes de tension et de cisaillement par un modèle de perte de charge basé sur la loi de Navier-Stokes pour les milieux poreux. Ceci permet de tenir compte autant des forces visqueuses que des forces d'inertie.

3.2.2 Loi de Navier-Stokes pour les milieux poreux

La perte de charge dans un milieu poreux est définie par la loi de Navier-Stokes. Elle est fonction des forces visqueuses et des forces d'inertie (MEYER, 1971).

$$\frac{dP}{dz} = -\mu a_0 \frac{dH}{dt} + \rho b_0 \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \quad (3.14)$$

où a_0 est un coefficient de viscosité;
 b_0 est un coefficient d'inertie.

Le premier terme de droite correspond aux forces visqueuses alors que le deuxième correspond aux forces d'inertie. En développant cette équation et en tenant compte de la résistance créée par la toile (voir annexe II pour la démonstration), on obtient l'équation suivante:

$$\Delta P = -\mu R_{\text{toile}} \left(\frac{dH}{dt} \right) - \left[\mu R f_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dt} \right) - \rho R i_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] (C_0 - C_e)(H_0 - H) \quad (3.15)$$

où C_e est la concentration totale dans les eaux blanches ($\sum C_{e_i}$), kg/m³;

H est la hauteur de suspension, m;

H_0 est la hauteur initiale de la suspension, m;

R_{toile} est la résistance de la toile à l'égouttage, m⁻¹

$R f_{\text{spec}}$ est la résistance spécifique à la filtration, m/kg

$R i_{\text{spec}}$ est la résistance spécifique inertielle, m²/kg

La hauteur initiale de la suspension H_0 est calculée de la façon suivante :

$$H_0 = \frac{Q_0}{L V_m} \quad (3.16)$$

où Q_0 est le débit de sortie de la caisse de tête, m³/s;

L est la largeur de la machine (laize), m

V_m est la vitesse de la machine, m/s

En remplaçant les termes de tension de toile et de cisaillement de l'équation 3.13 par l'équation de perte de charge (3.15), on obtient :

$$\frac{d^2H}{dt^2} + g = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho} - \frac{R_{toile}}{H} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} - \left[Rf_{spec} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} - Ri_{spec} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] (C_0 - C_e) \frac{(H_0 - H)}{H} \quad (3.17)$$

Si l'on souhaite avoir la hauteur de suspension en fonction de x , il suffit de faire intervenir la vitesse de la machine dans l'équation afin de passer du procédé en cuve à celui en continu. Le drainage en fonction de la distance sur la table plate est finalement obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m H} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dx} - \left[Rf_{spec} \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH}{dx} \right] (C_0 - C_e) \frac{(H_0 - H)}{H} \quad (3.18)$$

L'égouttage est en partie contrôlé par deux résistances : la résistance spécifique à la filtration (Rf_{spec}) et la résistance spécifique inertielle (Ri_{spec}). Elles sont définies aux sections suivantes.

3.2.3 Résistance spécifique à la filtration

La résistance spécifique à la filtration (Rf_{spec}) est un facteur qui est intrinsèque au matelas fibreux. Elle dépend de la structure interne de ce dernier. Plus les pores à l'intérieur du matelas sont petits, plus l'eau aura de la difficulté à le traverser, donc plus l'égouttage sera lent. L'équation semi-empirique de Kozeny-Carman (MEYER, 1971) définit la résistance spécifique à la filtration de la façon suivante.

$$Rf_{spec} = \frac{h_k S_0^2 (1 - \epsilon)}{\rho_p \epsilon^3} \quad (3.19)$$

où h_k est la constante de Kozeny-Carman = 5.55;

S_0 est la surface spécifique volumique des particules, m^2/m^3 ;

ϵ est la porosité du matelas fibreux;

ρ_p est la masse volumique des particules, kg/m^3 .

La résistance spécifique à la filtration est inversement proportionnelle au rayon des pores (R_{pore}).

$$R_{pore} = \frac{\epsilon}{S_0(1 - \epsilon)} \quad (3.20)$$

La diminution de la taille des pores dépend, d'une part du degré de raffinage (le raffinage augmente la surface spécifique (S_0) des fibres), et d'autre part des phénomènes hydrodynamiques ayant lieu pendant la formation de la feuille. En effet, on a vu précédemment à la section 1.2.3 que la formation de la feuille se faisait selon deux processus, la filtration et l'épaississement. Ces deux phénomènes de formation entraînent une évolution constante de la structure interne du matelas fibreux causée par la compression, le colmatage et l'effet d'envers. Cela nous porte à croire que la résistance spécifique à la filtration augmentera en cours de formation.

L'appareil de laboratoire PULMAC permet de mesurer la surface spécifique, le volume spécifique et la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux en fonction de différentes pressions appliquées sur le matelas. (RADOSLAVOVA et al., 1993). Cependant, ce test de laboratoire ne reflète pas ce qui se passe réellement sur la machine à papier, puisque le matelas fibreux ne subit pas l'action des phénomènes hydrodynamiques. De plus, les résultats obtenus à partir de ce test sont très peu reproductibles puisque, d'une fois à l'autre, les fibres ne sont pas nécessairement disposées de la même façon dans le matelas fibreux. Par conséquent, ce test a ses limites et nous ne l'utiliserons pas dans le cadre de ce projet.

Plusieurs auteurs ont étudié l'influence du raffinage et de la pression sur la résistance spécifique à la filtration. C'est sur ce sujet que portent les sections suivantes.

3.2.3.1 Influence du raffinage

Le raffinage entraîne une fibrillation, une coupe et une hydratation des fibres. Les deux premiers phénomènes ont pour effet d'augmenter la surface spécifique des fibres et de diminuer leur longueur moyenne alors que l'hydratation augmente leur volume massique, leur flexibilité et leur aptitude à se conformer en réseau. Par conséquent, le matelas fibreux sera d'autant plus dense que le degré de raffinage est élevé.

L'expression suivante (EL-HOSSEINY et YAN, 1980) permet d'avoir une relation entre le degré de raffinage et la résistance spécifique à la filtration. Cette équation a été développée à partir des paramètres du test d'égouttabilité de la pâte (TAPPI, test T227).

$$\text{CSF} = \frac{10^7}{10^4 + 1.1 \text{IC}_0 \mu \text{Rf}_{\text{spec}}} + \frac{1.1 \text{IC}_0 \mu \text{Rf}_{\text{spec}}}{10^4} \quad (3.21)$$

$$* \left[\frac{10^7}{10^4 + 1.1 \text{IC}_0 \mu \text{Rf}_{\text{spec}}} + 1000 \ln \left(1000 - \frac{10^7}{10^4 + 1.1 \text{IC}_0 \mu \text{Rf}_{\text{spec}}} \right) - 6907.76 \right] - 23.5$$

CSF est le degré de raffinage (*Canadian Standard Freeness*) (ml)

μ est la viscosité de la suspension exprimée en poise

C_0 est exprimé en g/cm^3 et Rf_{spec} en cm/g .

En France, on utilise plutôt le degré Schopper-Riegler ($^\circ\text{SR}$) comme mesure du raffinage de la pâte. La relation entre CSF et $^\circ\text{SR}$ est la suivante :

$$\text{CSF}(\text{ml}) = 1087 - 27.57(^{\circ}\text{SR}) + 0.1942(^{\circ}\text{SR}^2) \quad (3.22)$$

Afin d'avoir une corrélation plus facile à manipuler, on a calculé une série de valeurs de Rf_{spec} (à partir de l'équation 3.21) correspondant à différentes valeurs de $^{\circ}\text{SR}$. Pour ce faire, nous avons posé : $\mu = 0.01$ poise et $C_0 = 0.3\%$, puisque c'est la concentration standard du test d'égouttage. Une régression de ces valeurs nous conduit à l'équation 3.23, qui suit une loi de puissance. La figure 3.4 illustre la relation entre Rf_{spec} et $^{\circ}\text{SR}$. Les points représentent les valeurs calculées et la courbe est la régression de ces points.

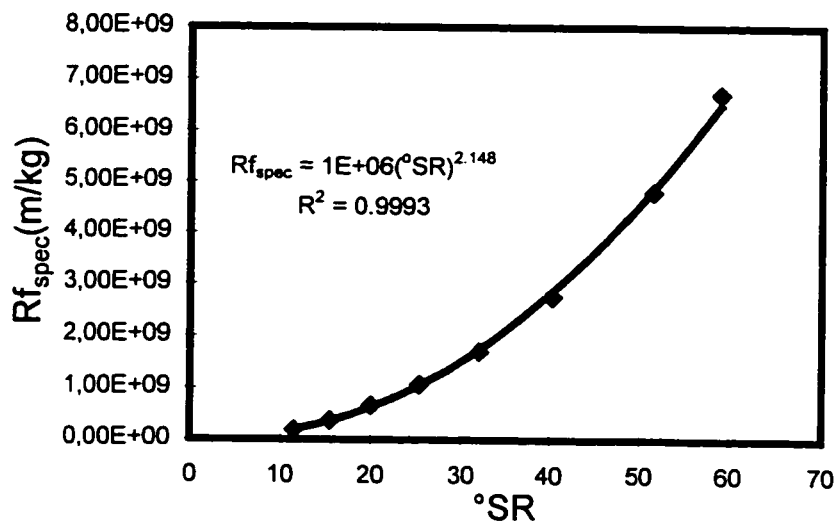


Figure 3.4 Rf_{spec} en fonction du $^{\circ}\text{SR}$.

$$Rf_{\text{spec}} = 10^6 (^{\circ}\text{SR})^{2.148} \quad (3.23)$$

L'équation 3.23 sera utilisée comme valeur initiale pour la résolution du modèle de drainage.

3.2.3.2 Influence de la pression

Le matelas fibreux en formation subit l'action des forces hydrodynamiques de la suspension et l'effet de la pression créée par les éléments d'égouttage. Ces derniers, en créant une surpression suivie d'une dépression, entraînent un déplacement des composantes dans le matelas fibreux. Les particules plus fines s'insèrent dans les interstices du matelas et colmatent ce dernier. Par ailleurs, l'application d'une pression sur le matelas peut entraîner une déformation des fibres elles-mêmes (MEYER, 1971). Le niveau de déformation des fibres varie selon le type de bois et la nature de la pâte.

Pires et al. (1988) ont analysé, en laboratoire, l'effet de la pression sur différents types de pâtes. Ils en arrivent à la conclusion que la résistance spécifique à la filtration augmente de façon continue avec la pression. A partir de leurs résultats, on observe que la résistance évolue de façon linéaire jusqu'à 25-30 kPa, et qu'à partir de ces valeurs, il y a un accroissement soudain de la résistance, probablement causé par le colmatage.

En terminant, le modèle de résistance spécifique à la filtration choisi pour le calcul du drainage se base sur l'équation 3.23, à laquelle vient s'ajouter une fonction permettant de tenir compte des phénomènes hydrodynamiques et de la compressibilité. Pour l'instant, nous pouvons formuler cette résistance à l'aide de l'expression suivante :

$$Rf_{\text{spec}} = Rf_{\text{spec}_0} F(x) \quad (3.24)$$

où Rf_{spec_0} est la résistance initiale calculée avec l'équation 3.23;

$F(x)$ est une fonction qui traduit l'augmentation de la résistance en fonction de la distance sur la table plate.

La fonction $F(x)$ dépend des phénomènes hydrodynamiques de la formation ainsi que de la compressibilité du matelas. Elle sera définie lors de la validation du modèle.

3.2.4 Résistance spécifique inertielle

Les machines à papier étant de plus en plus rapides, les forces d'inertie peuvent influencer l'égouttage. Afin de tenir compte de ces forces, on calcule une résistance spécifique inertielle qui est donnée par l'équation suivante (MEYER, 1971).

$$Ri_{\text{spec}} = \frac{0.1\sqrt{h_k} S_0}{\rho_p \varepsilon^3} \quad (3.25)$$

Il existe très peu d'information dans la littérature sur cette résistance. La plupart des auteurs ayant modélisé le drainage la néglige la plupart du temps. Afin de vérifier la pertinence de cette simplification, nous étudions la sensibilité de chacune des résistance à la section suivante.

3.2.5 Sensibilité des résistances spécifiques

Afin d'étudier la sensibilité de Rf_{spec} et Ri_{spec} , on doit mesurer l'importance des deux termes suivants dans l'équation de drainage (équation.3.18) :

$$\frac{Rf_{\text{spec}}}{V_m} \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{dH}{dx} \right) \Leftrightarrow Ri_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dx} \right)^2$$

Afin d'estimer Rf_{spec} et Ri_{spec} , on utilise les équations théoriques 3.19 et 3.25 présentées dans ce chapitre et les valeurs caractéristiques suivantes (MEYER, 1971):

- $S_0 = 3 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$
- $\rho_p = 1100 \text{ kg/m}^3$
- $\varepsilon = 0.9$
- $dH/dx = 0.001 \text{ m/m}$

On obtient : $Rf_{spec} = 6 \times 10^7 \text{ m/kg}$,

$$Ri_{spec} = 88 \text{ m}^2/\text{kg}$$

En comparant les deux termes de la vitesse d'égouttage, $0.06/V_m \Leftrightarrow 8.8 \times 10^{-5}$, on remarque qu'il faut avoir une vitesse de machine très élevée pour que les forces d'inertie aient un quelconque effet. La plupart des machines à table plate ayant des vitesses limitées (en général elles ne dépassent pas 1000 m/min), cela n'entraîne pas une trop grande erreur que de négliger le terme d'inertie.

3.2.6 Pourcentage d'eau égouttée et rétention

Maintenant que nous avons un modèle permettant de calculer le drainage, il peut être intéressant de vérifier l'efficacité d'égouttage de la table plate en calculant le pourcentage d'eau égouttée (E_g) cumulé, à l'aide de l'équation suivante 3.26.

$$E_g = 100 \left(\frac{\sum_{j=1}^n (Q_e)_j}{Q_0} \right) \quad (3.26)$$

où Q_e est le débit d'eau blanche m^3/s ;
 Q_0 est le débit de sortie de la caisse de tête.

A partir du modèle de drainage et de concentration dans les eaux blanches, nous pouvons calculer la rétention première passe (R_{pp_i}) de la composante i (fibres, fines ou charges) sur la table plate. L'équation (2.34) a été définie au chapitre précédent. Pour calculer la rétention première passe totale, il suffit de prendre les concentrations totales.

$$R_{pp_i} = 1 - \frac{C_{e_i}}{C_{0_i}} \quad (2.34)$$

Notre modèle de drainage et de rétention est valable jusqu'à la ligne d'eau. Nous pouvons donc calculer la rétention globale au niveau de la ligne d'eau. Norman (1990) définit cette rétention comme étant la rétention globale de la boucle courte. En effet, les eaux blanches de la boucle courte (ou du circuit primaire) sont les eaux d'égouttage du drainage à deux phases (avant la ligne d'eau). Cette rétention est calculée à partir d'un bilan de matière, tel que présenté au chapitre II (équation 2.35). Nous pouvons donc calculer cette rétention à partir de la perte de matière.

$$R_G = 100 \left[1 - \left(\frac{\sum_{j=1}^n (Q_e C_e)_j}{Q_0 C_0} \right) \right] \quad (3.27)$$

3.3 Conclusion

En conclusion, nous récapitulons toutes les équations constituant notre modèle de drainage et de rétention

Concentration dans les eaux blanches de la composante i

$$C_{e_i}(x) = (1 - R_{0_i}) C_{0_i} e^{-I_{f_i} G(x)} \quad (3.2)$$

Indice de filtration

$$I_{f_i} = \frac{\bar{L}_f}{\rho_f \bar{d}_f^2} E_{f_i} \quad (3.3)$$

Masse surfacique cumulée (grammage)

$$G(x) = \int_0^x (C_0 - C_e(x)) \frac{U_e}{V_m} dx \quad (3.6)$$

Épaisseur du matelas fibreux

$$h(x) = \frac{G(x)}{\bar{C}_m} \quad (3.7)$$

Vitesse d'égouttage

$$U_e = -\frac{dH}{dt} \quad \text{ou} \quad \frac{U_e}{V_m} = -\frac{dH}{dx} \quad (3.10)$$

Hauteur initiale de la suspension

$$H_0 = \frac{Q_0}{LV_m} \quad (3.16)$$

Équation de drainage

$$\frac{d^2 H}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{\text{ext}} - P_{\text{atm}}}{H \rho V_m^2} - \frac{R_{\text{toile}}}{V_m H} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dx} - \left[R_{f_{\text{spec}}} \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH}{dx} \right] (C_0 - C_e) \frac{(H_0 - H)}{H} \quad (3.18)$$

Résistance spécifique à la filtration

$$R_{f_{\text{spec}0}} = 10^6 (^\circ \text{SR})^{2.148} \quad (3.23)$$

$$R_{f_{\text{spec}}} = R_{f_{\text{spec}0}} F(x) \quad (3.24)$$

Pourcentage d'eau égouttée cumulé

$$E_g = 100 \left(\frac{\sum_{j=1}^n (Q_e)_j}{Q_0} \right) \quad (3.26)$$

Rétention première passe de la composante i

$$R_{\text{pp}i} = 1 - \frac{C_{0i}}{C_{ei}} \quad (2.34)$$

Rétention globale de la boucle courte (ou du circuit primaire)

$$R_G = 100 \left[1 - \left(\frac{\sum_{j=1}^n (Q_e C_e)_j}{Q_0 C_0} \right) \right] \quad (3.27)$$

En conclusion, nous avons défini dans ce chapitre un modèle permettant de calculer la concentration dans les eaux blanches (C_e), la vitesse d'égouttage (U_e) et le grammage (G)

le long de la table plate d'une machine à papier. A partir de ces valeurs, il nous est ensuite possible d'évaluer l'épaisseur du matelas fibreux (h), le pourcentage d'eau égouttée (E_g) et finalement, la rétention première passe (R_{pp}) et la rétention globale (R_G). Ces variables dépendent de différents paramètres :

- Caractéristiques de la suspension fibreuse
 - degré de raffinage ($^{\circ}SR$);
 - concentration totale dans la caisse de tête (C_0);
 - concentration des différentes composantes (C_{0_i});
 - viscosité et masse volumique de la suspension;
 - longueur moyenne et diamètre moyen des fibres.
- Paramètres opératoires de la machine
 - débit à la sortie de la caisse de tête ;
 - vitesse;
 - laize;
 - profil de pression sous la toile de fabrication;
 - résistance de la toile à l'égouttage.

Au chapitre suivant, il sera question de la résolution mathématique du modèle .

CHAPITRE IV

RÉSOLUTION DU MODÈLE

Au chapitre précédent, nous avons présenté les équations mathématiques permettant de prévoir le drainage et la rétention sur la table plate d'une machine à papier. L'objet de ce présent chapitre est la résolution du modèle mathématique. La résolution analytique du modèle serait très fastidieuse, aussi, nous avons utilisé Matlab® plus Simulink® comme outil de calcul. Dans ce chapitre nous décrivons d'abord brièvement l'outil utilisé, Simulink®. Ensuite, nous expliquons la façon dont nous avons procédé pour résoudre les équations, plus particulièrement celle du drainage, puisque la résolution d'une équation différentielle du deuxième degré est plus complexe.

4.1 Outil de simulation : Simulink®

Simulink® est un programme plus particulièrement utilisé pour la simulation de systèmes dynamiques. Il a deux niveaux d'utilisation : la définition et l'analyse de modèles. Une session de travail typique débute par la définition du modèle ou par l'appel d'un modèle existant, ensuite on procède à l'analyse du modèle, c'est-à-dire la simulation.

Afin de définir le modèle, Simulink® ouvre une fenêtre vide dans laquelle le modèle est créé et édité principalement à l'aide de la souris. Après avoir défini le modèle, il est possible de l'analyser en choisissant d'abord les paramètres de simulation désirés et en amorçant la simulation.

La définition et l'analyse des modèles sont décrites plus en détails aux sections suivantes.

4.1.1 Définition du modèle

Après avoir lancé Simulink®, on ouvre un nouveau fichier faisant apparaître une fenêtre vide. Pour définir le modèle, on ouvre des bibliothèques à partir du menu Simulink®. Des blocs d'opération, tels que addition, multiplication, intégration etc. apparaissent et il suffit de faire glisser le bloc-opération de son choix avec la souris, jusqu'à la fenêtre vide. Pour éditer un bloc, il suffit de double-cliquer sur ce dernier. Une fois que tous les blocs sont placés dans la fenêtre, on peut les relier en traçant une ligne entre eux avec la souris. Afin d'alléger la présentation, il est possible de grouper plusieurs blocs pour en faire un sous-système.

Pour entrer des constantes dans le système, il y a deux possibilités :

- ajouter des blocs de constante et entrer la valeur voulue en double-cliquant sur le bloc;
- ajouter des blocs de connexion (*inport* ou *outport*) permettant ainsi de créer des liens entre les systèmes et les sous-systèmes.

Dans un premier temps, il est préférable d'utiliser la deuxième option jusqu'à ce que tous les sous-systèmes soient définis. Ainsi, on obtient un bloc principal contenant tous les sous-systèmes et dans lequel on peut faire entrer directement les valeurs des constantes. De cette façon, si l'on souhaite changer la valeur d'une constante, on peut le faire directement à partir du bloc principal. Les figures du modèle défini avec Simulink® sont présentées à l'annexe III.

4.1.2 Simulation du modèle

Afin d'effectuer les simulations, on doit d'abord choisir les paramètres de simulation. Pour ce faire, on ouvre la boîte de dialogue *parameters* à partir de l'option *simulation* de menu Simulink®.

Parmi les choix à faire, il y a le temps initial et le temps d'arrêt des calculs. Or, notre modèle à résoudre est fonction de "x" (distance) et non de "t" (temps). Étant donné que Simulink® est surtout un simulateur dynamique, sa variable par défaut est le temps. On doit donc interpréter le temps comme une distance. Cela ne pose aucun problème puisque dans notre cas, nous faisons de la simulation statique.

Nous devons aussi choisir la méthode d'intégration. On avait au départ essayé Runge-Kutta puisque normalement c'est la méthode la plus performante. Par contre, après un certain temps, les résultats divergeaient complètement. Nous avons finalement choisi Adams-Gear puisque cette méthode permet d'avoir des simulations assez rapides avec des résultats qui convergent.

Nous venons de voir très brièvement le fonctionnement de Simulink®. Nous allons maintenant passer à la résolution des équations mathématiques.

4.2 Résolution des équations

Si on observe les différentes équations qui constituent le modèle, il semble impossible de les résoudre directement. En effet, l'équation de drainage (équation 3.18) et celle permettant de calculer le grammage (équation 3.6) sont fonction de la concentration dans les eaux blanches. Or, pour calculer cette concentration (équation 3.2), on a aussi besoin

du grammage (G). Autrement dit, les équations ne sont pas indépendantes les unes des autres. L'organigramme de calcul illustré à la figure 4.1 présente les étapes de résolution et propose une façon de contourner ce problème. Ainsi, on calcule une première valeur de vitesse de drainage à partir des conditions initiales (à $x = 0$). Cette vitesse initiale nous permet ensuite de calculer le grammage dans le premier élément de formation ($j = 1$), et par conséquent la concentration dans les eaux blanches dans ce même élément. La valeur de concentration totale est ensuite retournée aux blocs de calcul de la vitesse et du grammage, et les calculs s'effectuent jusqu'à ce qu'on arrive au dernier élément de formation ($j = n$). Le nombre d'éléments de formation dépend de la longueur de la table plate considérée et de la valeur de l'incrément (dx) spécifiée à Simulink®.

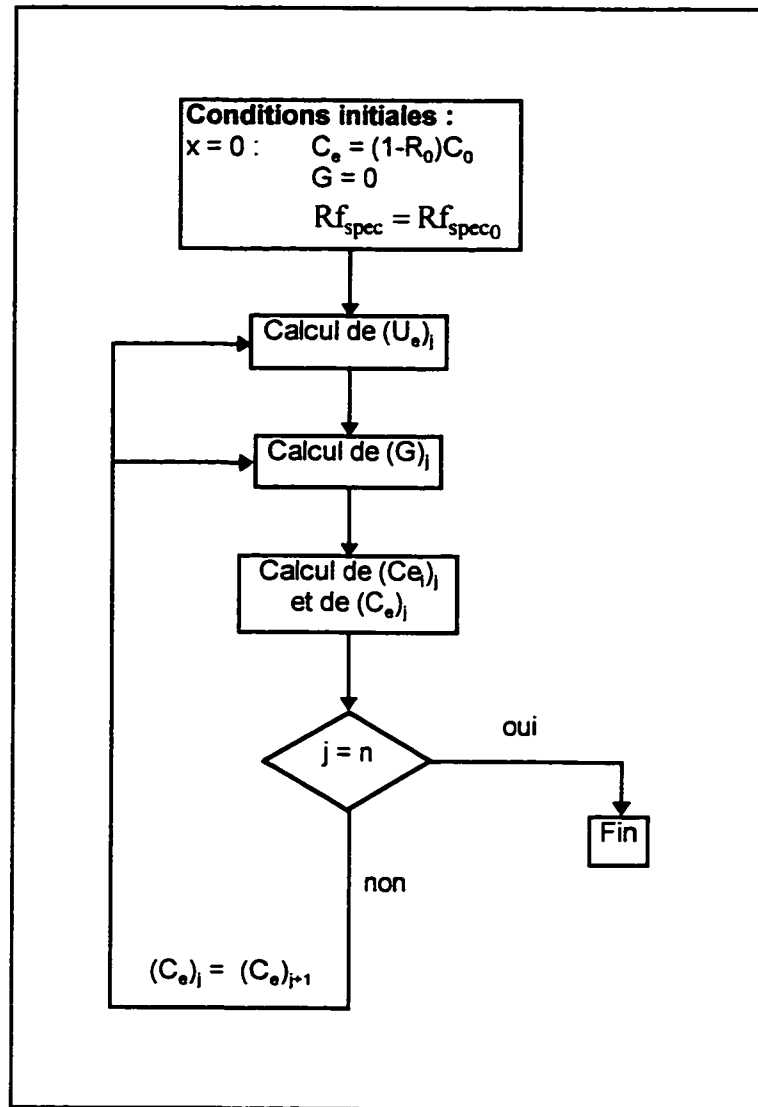


Figure 4.1 Organigramme de calcul.

La vitesse d'égouttage (U_e) est calculée à partir de l'équation de drainage qui est une différentielle du deuxième ordre. Or, Simulink® ne permet de résoudre que les équations différentielles du premier ordre. On doit donc transformer l'équation de vitesse d'égouttage en deux différentielles du premier ordre.

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m^2 H} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dx} - \left[Rf_{spec} \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH}{dx} \right] \left(C_0 - C_e \right) \frac{(H_0 - H)}{H} = F(H, U)$$

$$\frac{dH}{dx} = U$$

Afin de calculer $F(H, U)$, on a besoin de H et U . Le calcul se fait donc par itérations. La figure 4.2 illustre schématiquement la façon dont le système doit être défini.

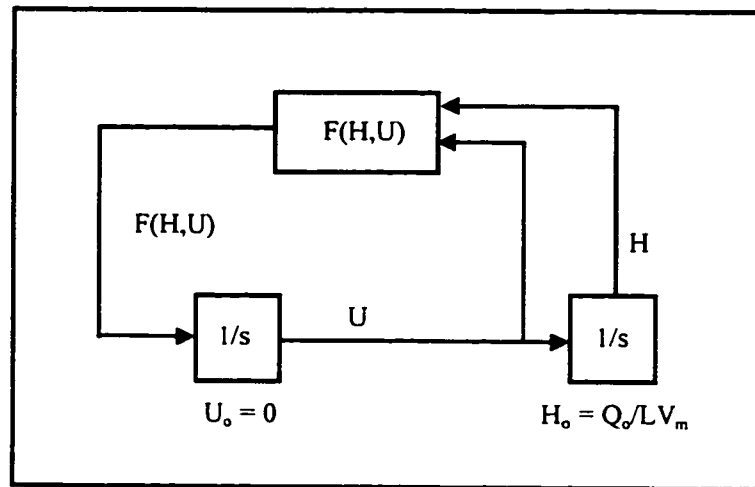
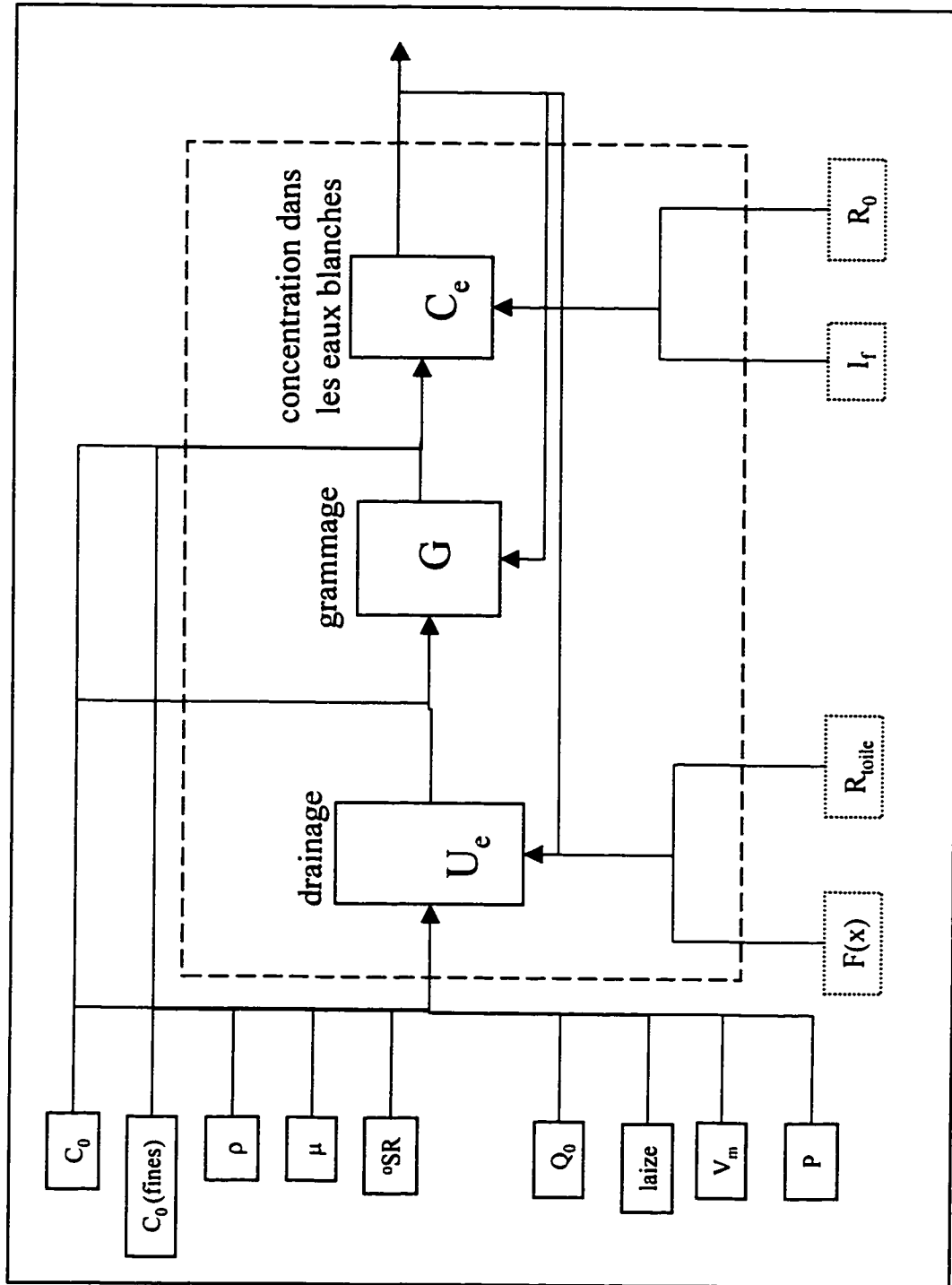


Figure 4.2 Résolution de l'équation différentielle du deuxième ordre.

Pour résoudre les équations différentielles, on calcule d'abord une valeur de $F(H, U)$ à partir de U_0 et H_0 . Pour chaque pas de distance (dx), l'intégration ($1/s$) de $F(H, U)$ se fait par itérations, jusqu'à ce que la tolérance soit respectée (méthode numérique choisie : Adams-Gear). Le calcul itératif est effectué jusqu'à la distance finale spécifiée par l'utilisateur. Nous obtenons alors comme résultat le profil de vitesse d'égouttage $U_e(x)$ et la hauteur de suspension $H(x)$ en fonction de la distance sur la table plate.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la résolution des équations mathématiques constituant le modèle de drainage et de rétention. En résumé, la figure 4.3 illustre sous forme de blocs les modules de calcul du modèle, avec les différentes variables d'entrée et de sortie. Les variables encadrées d'un trait pointillé représentent les paramètres d'ajustement empiriques qui seront ajustés, dans notre cas, pour un point de fonctionnement. C'est ce dont il est question au chapitre suivant.



CHAPITRE V

AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES

Au chapitre précédent, nous avons présenté la méthode de résolution des équations mathématiques du modèle. Nous allons maintenant ajuster les paramètres empiriques du modèle pour un point de fonctionnement; c'est-à-dire pour un type de composition et des conditions opératoires fixes. Il faut noter que cette démarche ne constitue qu'une étape préliminaire à la validation complète du modèle.

Pour ajuster les paramètres, nous devons effectuer des mesures en cours d'opération afin de recueillir des données auxquelles devront correspondre les réponses du modèle. Dans ce chapitre, nous décrivons d'abord la machine expérimentale du Centre Technique du Papier de Grenoble suivi d'une description de l'essai effectué sur celle-ci. Nous enchaînons ensuite avec l'ajustement des paramètres puis nous terminons avec une présentation des résultats.

5.1 Machine expérimentale du CTP

La machine de type table plate du CTP est illustrée schématiquement à la figure 5.1. La table plate a une longueur de 6 m et une laize de 0.56 m. On retrouve successivement sous la toile : un rouleau de tête, 4 caisses aspirantes humides, 32 pontuseaux, une série de caisses aspirantes sèches et finalement, un cylindre aspirant. Les pontuseaux ont un diamètre de 7 cm et sont espacés en moyenne par une distance de 5.1 cm. La distance entre la sortie de la caisse de tête et la première caisse aspirante humide est de 6 cm alors que le premier pontuseau est situé à 66 cm de la sortie de la caisse de tête.

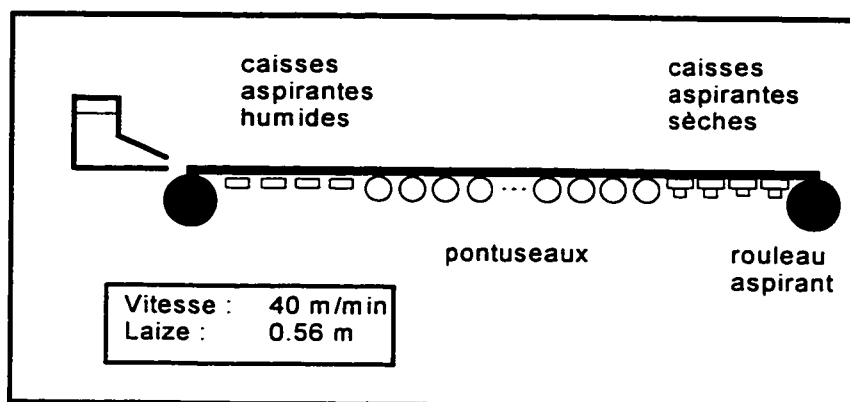


Figure 5.1 Table plate du C.T.P.

5.2 Description de l'essai expérimental

Les données utilisées pour l'ajustement des paramètres proviennent d'un essai effectué il y a déjà plusieurs années au CTP (1968). Le test consistait à recueillir, en cours d'opération, des échantillons d'eaux blanches en différents points sous la table plate. Les données brutes d'échantillonnage sont présentées à l'annexe IV. Au cours de cet essai, les caisses aspirantes humides étaient fermées; elles agissaient donc comme des racles.

5.2.1 Mesure des débits d'égouttage

Afin de mesurer les débits d'égouttage, on plaçait un seau sous le point de collecte. L'eau blanche était ainsi recueillie pendant un certain temps et on pesait ensuite l'échantillon d'eau. Afin de transformer ces débits massiques en débits volumiques, on divisait ensuite les données par la masse volumique de l'eau. Cet échantillonnage a

permis d'obtenir le débit d'égouttage (Q_e) au niveau des caisses aspirantes humides et au niveau des 26 premiers pontuseaux.

5.2.2 Mesure des concentrations

Afin de mesurer les concentrations totales dans les eaux blanches, on avait suivi la méthode suivante :

- On prélève un échantillon d'eau avec un seau de 10 litres;
- l'échantillon doit être continuellement agité afin d'assurer une répartition uniforme des solides;
- dans le seau de 10 litres, on prélève deux échantillons de 1 litre;
- on filtre et on récupère le gâteau;
- le gâteau doit être mis à l'étuve à 105 °C pendant au moins 24 heures;
- on pèse le gâteau sec.

Cette manipulation permet d'obtenir la concentration totale en matière solide dans les échantillons d'eau blanche.

Les données de débits (Q_e) et de concentrations (C_e) ont ensuite permis de calculer le grammage (G) déposé et la perte de matière au niveau des points de collecte.

Le tableau 5.1 expose les caractéristiques de la suspension et les conditions opératoires de la machine à papier. Nous avons utilisé les valeurs de masse volumique et de viscosité à 60 °C, puisqu'il s'agit de la température moyenne des suspensions fibreuses (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989). Le tableau 5.2 présente les données

recueillies lors de l'essai, les valeurs calculées à partir de ces données et les résultats obtenus avec le modèle une fois les paramètres ajustés.

La pâte qui avait été utilisée lors de cet essai était un mélange de pâte mécanique (80 %) et de pâte chimique bisulfite écrue (20 %). Il n'y avait pas de charges ni d'agents de rétention ajoutés à la suspension.

Tableau 5.1 Composition et conditions opératoires

Donnée	Valeur
concentration initiale C_0	6.26 kg/m ³
fraction de fines	20 %
Raffinage	20 °SR
viscosité (60 °C)	4.71 x 10 ⁻⁴ Pa*s
masse volumique (60 °C)	983 kg/m ³
débit à la sortie de la caisse de tête Q_0	12.86 m ³ /h
vitesse de la machine V_m	40 m/min
Laize	0.56 m

Une autre entrée du modèle est le différentiel de pression créé par les éléments d'égouttage. On a vu au chapitre I que les racles et les pontuseaux entraînaient des pulsations de pression : une surpression suivi d'un vide. Le vide maximal pouvant être atteint par ces éléments dépend de la vitesse de la machine. Il est calculé à l'aide des équations 5.1 et 5.2 (MEYER, 1971).

Tableau 5.2 Données et résultats de l'expérience et du modèle

Elément d'égouttage	Distance (m)	Débites (m³/h)	Débites (m³/s)	Débites cumulés pontuseaux	Débites cumulés expérimental	Débit m³/h	Débit cumulé	Concentration eaux blanches Ge (kg/m³)	Concentration eaux blanches Ge (kg/m³)	Q°C kg/h	Q°C cumulée kg/h
		Expérience	Expérience	Expérience	Expérience	Modèle	Modèle	Expérience	Modèle	Expérience	Expérience
CAH	0							1,252	1,252	0	0
L_0	0,33	4,41	1,23E-03		4,41	4,39	4,39	1,136	0,9900	5,01	5,01
L_1	0,66	1,36	3,76E-04		5,77	1,57	5,95	0,78	0,6531	1,06	6,07
L_2	0,756	0,44	1,21E-04	0,44	6,20	0,31	6,26	0,88	0,8402	0,37	6,44
L_3	0,877	0,35	9,67E-05	0,78	6,55	0,34	6,60	0,90	0,8159	0,28	6,72
L_4	0,998	0,30	8,22E-05	1,08	6,85	0,29	6,89	0,78	0,7982	0,23	6,95
L_5	1,119	0,26	7,28E-05	1,34	7,11	0,26	7,15	0,74	0,7774	0,19	7,14
L_6	1,24	0,23	6,44E-05	1,57	7,34	0,23	7,38	0,73	0,7618	0,17	7,31
L_7	1,361	0,21	5,83E-05	1,78	7,55	0,21	7,59	0,71	0,7478	0,15	7,46
L_8	1,482	0,20	5,67E-05	1,99	7,76	0,19	7,78	0,74	0,7353	0,15	7,61
L_9	1,603	0,20	5,67E-05	2,19	7,96	0,18	7,96	0,73	0,7240	0,15	7,78
L_10	1,724	0,20	5,67E-05	2,40	8,16	0,16	8,13	0,78	0,7136	0,16	7,92
L_11	1,845	0,17	4,83E-05	2,57	8,34	0,15	8,28	0,82	0,7041	0,09	8,01
L_12	1,966	0,15	4,22E-05	2,72	8,49	0,14	8,42	0,78	0,6959	0,11	8,13
L_13	2,087	0,20	5,67E-05	2,93	8,69	0,14	8,56	0,88	0,6871	0,13	8,26
L_14	2,208	0,14	3,89E-05	3,07	8,83	0,13	8,69	0,74	0,6796	0,10	8,38
L_15	2,329	0,14	3,89E-05	3,21	8,97	0,12	8,81	0,74	0,6724	0,10	8,47
L_16	2,45	0,14	3,89E-05	3,35	9,11	0,11	8,92	0,83	0,6657	0,09	8,55
L_17	2,571	0,14	3,83E-05	3,48	9,25	0,11	9,03	0,83	0,6593	0,09	8,64
L_18	2,692	0,14	3,83E-05	3,62	9,39	0,10	9,13	0,83	0,6534	0,09	8,73
L_19	2,813	0,11	3,00E-05	3,73	9,50	0,10	9,23	0,80	0,6477	0,09	8,81
L_20	2,934	0,11	3,00E-05	3,84	9,61	0,10	9,33	0,80	0,6423	0,09	8,90
L_21	3,055	0,11	3,00E-05	3,95	9,71	0,09	9,42	0,80	0,6372	0,09	8,99
L_22	3,176	0,10	2,69E-05	4,04	9,81	0,08	9,51	0,82	0,6323	0,06	9,05
L_23	3,297	0,10	2,69E-05	4,14	9,91	0,08	9,59	0,85	0,6277	0,06	9,11
L_24	3,418	0,10	2,69E-05	4,24	10,00	0,08	9,67	0,85	0,6232	0,06	9,18
L_25	3,539	0,09	2,39E-05	4,32	10,08	0,08	9,75	0,88	0,6189	0,05	9,23
L_26	3,66	0,09	2,39E-05	4,41	10,18	0,08	9,83	0,88	0,6149	0,05	9,28
	3,781	0,09	2,39E-05	4,50	10,26	0,07	9,90	0,88	0,6109	0,05	9,33

CAH = caisse aspirante humide

L_10 = dixième pontuseau

Tableau 5.2 Données et résultats de l'expérience et du modèle (suite)

Elément d'égouttage	Distance (m)	Q°C k/h	Q°C cumulé modèle kg/h	% eau égouttée	% eau égouttée cumulée	% eau égouttée cumulée	Grammage formé (g/m²)	Grammage g/m²	Grammage g/m²	% de partie de matière totale	% de partie de matière totale
CAH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L0	0,33	4,34	4,34	34,31%	34,31%	34,31%	16,82	16,82	16,82	6,23%	6,23%
L1	0,66	1,35	5,70	10,54%	44,84%	49,30%	5,52	22,35	21,09	1,31%	7,54%
L2	0,756	0,26	5,95	3,39%	48,23%	48,68%	1,75	22,10	22,64	0,46%	8,00%
L3	0,877	0,27	6,23	2,71%	50,94%	51,30%	1,41	25,51	24,32	0,34%	8,33%
L4	0,998	0,23	6,46	2,30%	53,24%	53,57%	1,21	26,72	25,79	0,28%	8,63%
L5	1,119	0,20	6,66	2,04%	55,28%	55,59%	1,08	27,90	27,09	0,24%	8,87%
L6	1,24	0,18	6,84	1,80%	57,08%	57,39%	0,95	28,78	28,26	0,21%	9,08%
L7	1,361	0,16	7,00	1,63%	58,72%	59,03%	0,87	29,92	29,31	0,18%	9,28%
L8	1,482	0,14	7,14	1,59%	60,30%	60,53%	0,84	30,46	30,26	0,18%	9,45%
L9	1,603	0,13	7,27	1,59%	61,89%	61,91%	0,84	31,50	31,17	0,19%	9,64%
L10	1,724	0,12	7,38	1,59%	63,48%	63,19%	0,83	32,13	31,99	0,20%	9,84%
L11	1,845	0,11	7,49	1,35%	64,83%	64,98%	0,74	32,97	32,76	0,11%	9,95%
L12	1,966	0,10	7,59	1,18%	66,01%	65,50%	0,62	33,49	33,48	0,14%	10,09%
L13	2,087	0,09	7,68	1,59%	67,50%	66,55%	0,85	34,35	34,16	0,16%	10,26%
L14	2,208	0,09	7,77	1,09%	68,59%	67,64%	0,58	34,92	34,90	0,13%	10,39%
L15	2,328	0,08	7,85	1,09%	69,77%	68,49%	0,58	35,50	35,51	0,13%	10,52%
L16	2,45	0,08	7,93	1,09%	70,86%	69,49%	0,59	36,08	35,98	0,11%	10,62%
L17	2,571	0,07	8,00	1,07%	71,94%	69,37%	0,58	36,66	36,63	0,11%	10,73%
L18	2,692	0,07	8,07	1,07%	73,01%	71,03%	0,58	37,24	37,08	0,11%	10,84%
L19	2,813	0,06	8,13	0,84%	73,85%	71,80%	0,44	37,83	37,55	0,11%	10,95%
L20	2,934	0,06	8,19	0,84%	74,69%	72,64%	0,44	38,42	38,03	0,11%	11,06%
L21	3,055	0,06	8,25	0,84%	75,53%	73,25%	0,44	39,01	38,49	0,11%	11,16%
L22	3,176	0,06	8,31	0,75%	76,28%	73,94%	0,40	39,60	39,63	0,08%	11,24%
L23	3,287	0,05	8,36	0,75%	77,04%	74,90%	0,40	40,19	39,35	0,08%	11,32%
L24	3,418	0,05	8,41	0,75%	77,79%	75,23%	0,40	40,77	39,76	0,08%	11,40%
L25	3,539	0,05	8,46	0,67%	78,46%	75,84%	0,36	40,19	40,15	0,06%	11,46%
L26	3,66	0,05	8,51	0,67%	79,13%	76,43%	0,36	40,50	40,54	0,06%	11,52%
	3,781	0,04	8,55	0,67%	79,80%	77,00%	0,36	40,88	40,81	0,06%	11,58%

Tableau 5.2 Données et résultats de l'expérience et du modèle (suite)

Elément d'égouttage	Distance (m)	% de pente de matière totale	% de perte des matières totales captées	Rétention 1 ^{re} passe totale	Rétention 1 ^{re} passe au filtres	Rétention 1 ^{re} passe au filtres	Position de la ligne d'eau (modèle)
		Modèle	Expérience	Modèle	Expérience	Modèle	H (suspension) h (matelas fibreux)
CAH	0	0	80,00%	80,00%	0,00%	0,00%	0,00E+00
L_0	0,33	5,40%	81,85%	84,18%	9,85%	20,82%	5,25E-04
L_1	0,66	1,68%	87,64%	88,21%	37,90%	51,07%	8,22E-04
L_2	0,756	0,32%	88,34%	88,58%	31,63%	52,69%	8,80E-04
L_3	0,877	0,34%	87,25%	88,97%	38,46%	54,84%	9,44E-04
L_4	0,988	0,29%	87,80%	87,30%	39,17%	53,48%	9,99E-04
L_5	1,119	0,25%	88,12%	87,68%	40,76%	57,91%	1,05E-03
L_6	1,24	0,22%	88,81%	87,83%	41,72%	59,16%	1,08E-03
L_7	1,361	0,20%	88,72%	88,03%	43,79%	60,27%	1,13E-03
L_8	1,482	0,18%	88,13%	88,25%	40,84%	61,27%	1,17E-03
L_9	1,603	0,16%	88,07%	88,43%	40,63%	62,17%	1,20E-03
L_10	1,724	0,15%	87,60%	88,00%	38,22%	63,00%	1,23E-03
L_11	1,845	0,13%	81,69%	88,75%	58,90%	63,73%	1,26E-03
L_12	1,966	0,12%	87,98%	88,68%	40,15%	64,48%	1,29E-03
L_13	2,087	0,12%	88,62%	89,02%	49,23%	65,12%	1,31E-03
L_14	2,208	0,11%	88,16%	89,15%	41,03%	66,73%	1,34E-03
L_15	2,329	0,10%	88,19%	89,28%	41,18%	66,90%	1,36E-03
L_16	2,45	0,09%	88,84%	89,37%	48,84%	68,63%	1,38E-03
L_17	2,571	0,08%	89,87%	89,47%	50,00%	67,34%	1,40E-03
L_18	2,692	0,08%	89,84%	89,55%	48,83%	67,81%	1,42E-03
L_19	2,813	0,08%	87,22%	89,69%	36,31%	68,27%	1,44E-03
L_20	2,934	0,08%	87,22%	89,74%	38,31%	68,70%	1,46E-03
L_21	3,055	0,07%	87,22%	89,82%	36,31%	69,10%	1,48E-03
L_22	3,176	0,07%	88,62%	89,90%	48,23%	69,49%	1,49E-03
L_23	3,297	0,07%	89,62%	89,97%	48,23%	69,87%	1,51E-03
L_24	3,418	0,06%	89,62%	90,04%	48,23%	69,87%	1,53E-03
L_25	3,539	0,06%	90,73%	90,11%	53,83%	69,97%	1,54E-03
L_26	3,66	0,06%	90,72%	90,16%	53,74%	69,97%	1,56E-03
	3,781	0,06%	90,73%	90,24%	53,82%	69,97%	1,57E-03

Pontuseaux et rouleau de tête :
$$\Delta P_{\max} = \frac{1}{2} \rho V_m^2 \quad (5.1)$$

Racles :
$$\Delta P_{\max} = \frac{1}{4} \rho V_m^2 \quad (5.2)$$

où ρ est la masse volumique de la suspension, kg/m^3 ;

V_m est la vitesse de la machine, m/s .

La machine expérimentale du CTP a une vitesse de 40 m/min (0.667 m/s). Le vide maximal pouvant être atteint au niveau du rouleau de tête et des pontuseaux est donc de 222 Pa et celui pouvant être atteint au niveau des racles (caisses aspirantes humides fermées) est de 111 Pa. La figure 5.2 illustre le profil de pression approximatif estimé pour les besoins des simulations. Nous avons négligé la phase de surpression créée par les éléments puisque celle-ci n'intervient pas directement dans l'égouttage. Les racles créent un vide moins élevé mais de plus longue durée. Nous en avons tenu compte en considérant un court plateau de vide au niveau des racles.

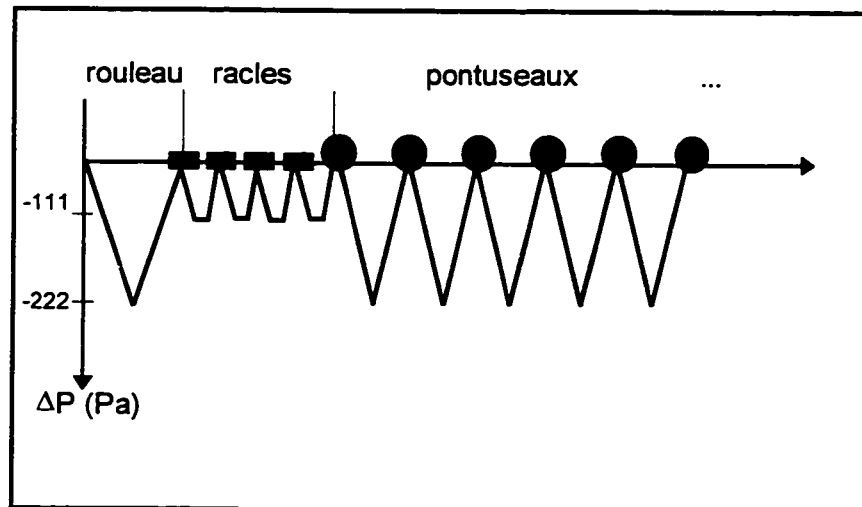


Figure 5.2 Profil de pression sous la toile de formation.

La pression n'étant pas constante, elle est entrée sous forme de fichier dans Simulink®. Le fichier est un fichier texte contenant deux colonnes, la première contenant les valeurs de x (distances) et la deuxième les pressions correspondantes (P_{\max} ou 0).

Avant de passer aux simulations permettant d'ajuster les paramètres, nous allons d'abord poser certaines hypothèses en fonction des données expérimentales disponibles que nous avons.

5.3 Hypothèses

Etant donné qu'il n'y a pas de charges ni d'agents de rétention ajoutés à la suspension fibreuse, nous ne nous intéresserons qu'à la rétention des fines de cellulose. De plus, nous ne possédons aucune information sur les composantes présentes dans les eaux blanches; nous n'avons que les concentrations totales. On pose donc l'hypothèse que toutes les fibres sont retenues et que les eaux blanches ne sont constituées que de fines. Par ailleurs, puisqu'il n'y a pas d'ajout d'agents de rétention à la suspension, on suppose que les fines ne se sont pas agglomérées aux fibres avant de sortir de la caisse de tête. On considère donc que la rétention initiale des fines est nulle.

En résumé, les hypothèses sont les suivantes :

- Rétention initiale des fibres $R_{0_{\text{fibres}}} = 1$;
- Rétention initiale des fines $R_{0_{\text{fines}}} = 0$;
- Concentration dans les eaux blanches $C_e(\text{totale}) = C_{e_{\text{fines}}}$

5.4 Simulations et résultats

Dans cette section, nous expliquons d'abord la démarche suivie pour exécuter les simulations et ajuster les paramètres. On présente ensuite les résultats obtenus.

5.4.1 Simulation du modèle

La figure 4.3 du chapitre précédent résume les différentes variables d'entrée et de sortie du modèle, dont les paramètres d'ajustement. Pour fin de rappel, les paramètres d'ajustement sont les suivants :

- Rétention initiale des différentes composantes, R_{0i} ;
- Indice de filtration I_f ;
- Résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} ;
- Fonction d'ajustement de la résistance spécifique à la filtration ($R_{f_{\text{spec}}}$), $F(x)$;

Dans notre cas, les rétentions initiales des composantes sont supposées connues (voir section 5.3). Il reste donc à identifier les trois autres. On retrouve dans la littérature des valeurs caractéristiques de ces paramètres. Ces données vont nous servir de valeurs de départ pour ajuster les paramètres

Indice de filtration

L'indice de filtration I_f pour les fibres varie entre 51 et 210 m^2/kg (MEYER, 1971). Dans le cas des éléments fins, il faut tenir compte de l'efficacité de la fibre unitaire E_f à collecter ces éléments (voir section 3.1). Ramarao (1993) a effectué des simulations basées sur la trajectoire de particules de titane autour d'une fibre unitaire. Il a obtenu

une efficacité moyenne de 0.025, ce qui nous conduirait à un indice de filtration $I_f(\text{titane})$ variant entre 1.28 et 5.25. Cependant, les fines de cellulose étant généralement plus grosses que les pigments de titane, nous prévoyons que l'indice de filtration des fines sera plus élevé.

Résistance de la toile à l'égouttage

La résistance de la toile à l'égouttage dépend du nombre de couche de la toile, du pourcentage d'ouverture ainsi que de la géométrie des ouvertures. Un ordre de grandeur de la résistance de la toile à l'égouttage est de $1 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$ (ROUX, 1996).

Fonction d'ajustement de la résistance spécifique à la filtration

L'ajustement $F(x)$ demande une démarche particulière puisqu'il s'agit d'une fonction. Afin d'élaborer cette fonction, nous avons effectué des simulations avec le module de vitesse d'égouttage défini dans Simulink®. Nous avons suivi la démarche suivante :

- $F(x) = 1$

Dans ce cas, on néglige les effets de compression et les phénomènes hydrodynamiques existant sur la table plate. La résistance spécifique à la filtration est donc constante et égale à sa valeur initiale (équation 3.23), et ne dépend que du degré de raffinement des fibres :

$$R_{f_{\text{spec}}} = R_{f_{\text{spec}0}} = 10^6 (^\circ \text{SR})^{2.148} \quad (3.23)$$

Résultats

Les résultats obtenus ne sont pas du tout réalistes. L'égouttage est pratiquement instantané alors qu'en réalité on devrait observer une atténuation de la vitesse d'égouttage, si on se base sur les résultats expérimentaux.

- ***F(x) : fonction du grammage et de la pression***

Afin de tenir compte des phénomènes de colmatage et de compressibilité, il semble évident que $F(x)$ doit prendre la forme d'une fonction croissante avec la distance sur la table plate. Meyer (1971) a observé que la résistance spécifique à la filtration augmente de façon linéaire avec le grammage. Ce phénomène serait essentiellement causé par l'augmentation de la rétention des éléments fins, donc par la diminution de la tailles des pores dans le matelas fibreux. Par ailleurs, Wahlstrom et O'Blenes (1962) ont tracé des courbes de drainage à pression constante et ils ont observé que la durée d'égouttage augmente avec le grammage en suivant la loi suivante :

$$t = KG^{\alpha} \quad (5.3)$$

où K est une constante empirique et α est un facteur de formation. Une durée de drainage plus longue signifie une résistance à la filtration plus grande. En se basant sur ces observations et en tenant compte de l'effet créé par la perte de charge (voir section 3.2.3.2), nous avons défini une expression de $F(x)$ ayant la forme suivante :

$$F(x) = F_c G(x)^a \Delta P(x)^b \quad (5.4)$$

où a est un coefficient de formation;

b est un coefficient de compressibilité;

F_c est un paramètre empirique que nous avons appelé facteur de colmatage;

G est le grammage, kg/m^2 ;

ΔP est la perte de charge dans le matelas fibreux, Pa.

On retrouve dans la littérature des valeurs caractéristiques du coefficient de formation (a) et du coefficient de compressibilité (b).

Wahlstrom et O'Blènes (1962) $1.7 < a < 3.5$
 $a < 2$: pâte faiblement raffinée
 $a > 2$: pâte très raffinée

Pires, Springer et Kumar (1989) $1 < b < 2$

Résultats

Des simulations de la vitesse d'égouttage effectuées avec ces valeurs caractéristiques montrent bel et bien une atténuation de cette dernière. De plus, on arrive à obtenir des vitesses de drainage qui représentent bien les données expérimentales, du moins, dans le cas de notre essai.

Cet exercice nous a donc permis de définir une nouvelle équation de résistance spécifique à la filtration ayant la forme suivante.

$$\boxed{R_{f_{\text{spec}}} = R_{f_{\text{spec}0}} (F_c G^a \Delta P^b)} \quad (5.5)$$

5.4.2 Résultats

Nous avons finalement cinq paramètres empiriques à ajuster : l'indice de filtration I_f , la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} , le facteur de colmatage F_c , le coefficient de formation a et le coefficient de compressibilité b . Les résultats obtenus sont présentés au tableau 5.3.

Tableau 5.3 Paramètres de simulation

Paramètre	Valeurs Caractéristiques	Résultats des simulations
Indice de filtration I_f , (fines)	51 -210 m ² /kg (fibre) 1.28-5.25 m ² /kg (titane)	17.5 m ² /kg
Facteur de colmatage, F_c	---	4 m/kg
Coefficient de formation, a	1.7-3.5	1.56
Coefficient de compressibilité, b	1-2	1.35
résistance à l'égouttage de la toile, R_{toile}	$1 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$	$2.5 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

Les valeurs attribuées aux paramètres d'ajustement se rapprochent dans la plupart des cas, aux valeurs trouvées dans la littérature. La valeur du coefficient de formation a , ajustée pour notre modèle, est légèrement inférieure à la valeur caractéristique. Nous pouvons expliquer cette différence de la façon suivante. Wahlstrom et O'Blenes (1962) ont identifié ces valeurs en laboratoire, ce qui ne reflète pas les conditions hydrodynamiques réelles existants sur la table plate. La valeur de résistance de la toile à l'égouttage est elle aussi inférieure à l'ordre de grandeur caractéristique. Puisque la machine du CTP est une machine expérimentale assez lente, il est possible que la toile de fabrication utilisée ait une résistance moindre, afin d'avoir un égouttage acceptable.

Les figures 5.3 à 5.9 permettent de comparer graphiquement le modèle avec les valeurs expérimentales. Le tableau 5.4 présente l'écart relatif moyen entre le modèle et l'expérience, pour les différentes variables étudiées. L'écart relatif moyen est mesuré de la façon suivante :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{X_{i_{\text{exp}}} - X_{i_{\text{mod}}}}{X_{i_{\text{exp}}}} \right] \quad (5.6)$$

où n est le nombre total de données;

$X_{i_{\text{exp}}}$ est la donnée expérimentale à la distance i ;

$X_{i_{\text{mod}}}$ est la donnée du modèle à la distance i .

Tableau 5.4 Écart relatif moyen entre le modèle et l'expérience

Variable	Écart
% d'eau égouttée	1.8 %
Grammage G	1.8 %
Concentration dans les eaux blanches C_e	7.8 %
Perte de matière cumulée	7.5 %
Rétention première passe totale	1 %
Rétention première passe en fines	10 %

Nous obtenons d'excellents résultats en ce qui concerne le grammage, le pourcentage d'eau égouttée et la rétention première passe totale, pour lesquels l'écart est inférieur à 2 %. Les résultats obtenus sont satisfaisants pour la concentration dans les eaux blanches, la perte de matière et la rétention première passe en fines, avec un écart inférieur ou égal

a 10 %. Ce plus grand écart est causé par les fluctuations du procédé de fabrication du papier (turbulence, conditions hydrodynamiques...). Les données de concentration dans les eaux blanches décroissent de façon exponentielle, mais les points sont dispersés par rapport au modèle qui décroît de façon régulière.

Nous pouvons calculer la rétention globale du circuit primaire à partir de la perte de matière cumulée. La rétention globale au niveau du dernier point de collecte (3.78 m) est la suivante :

$$R_G(\text{expérimental}) = 88.4 \%$$

$$R_G(\text{modèle}) = 89.8 \%$$

L'écart entre le modèle et l'expérience est assez faible, soit moins de 2 %.

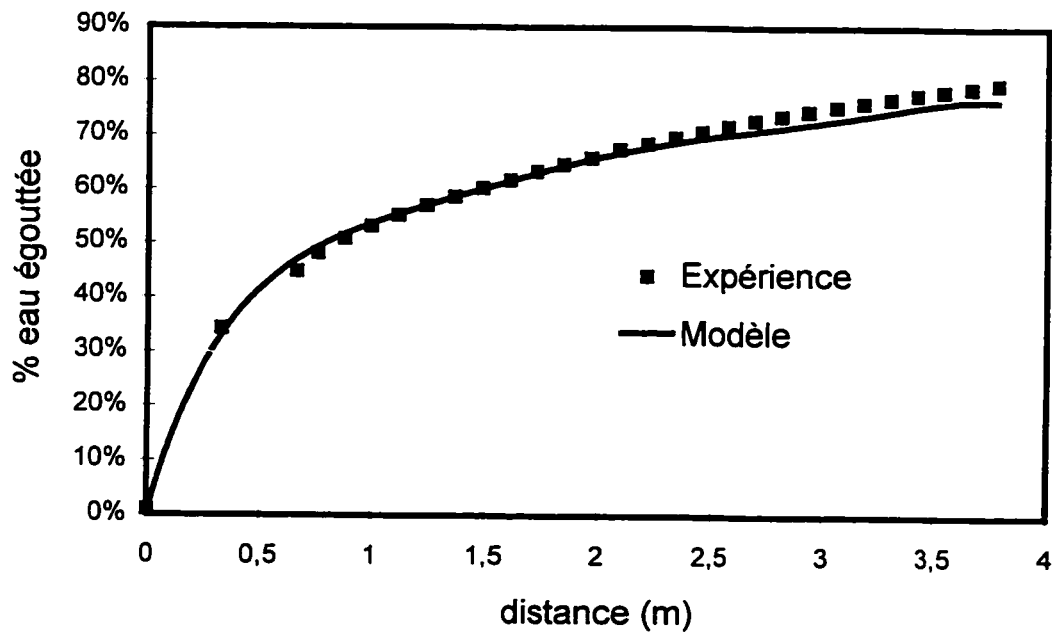


Figure 5.3 Égouttage.

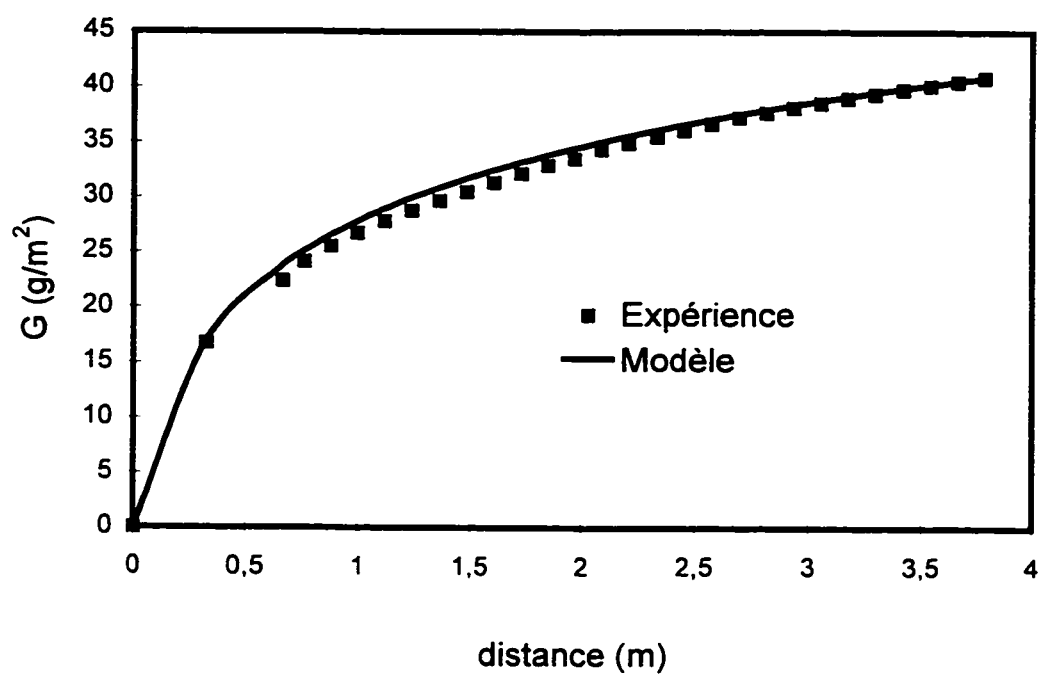


Figure 5.4 Grammage.

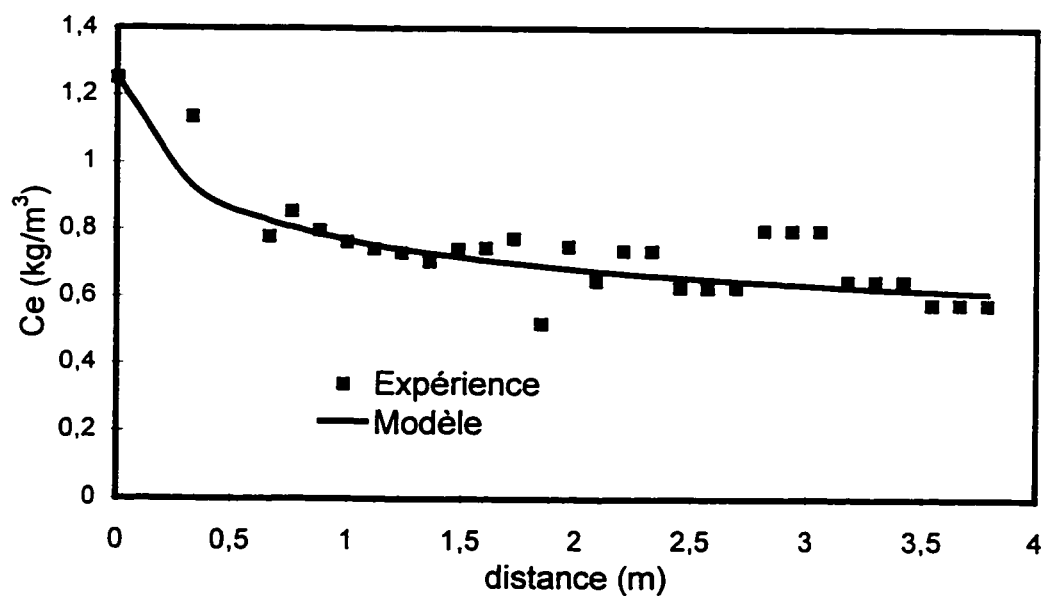


Figure 5.5 Concentration dans les eaux blanches.

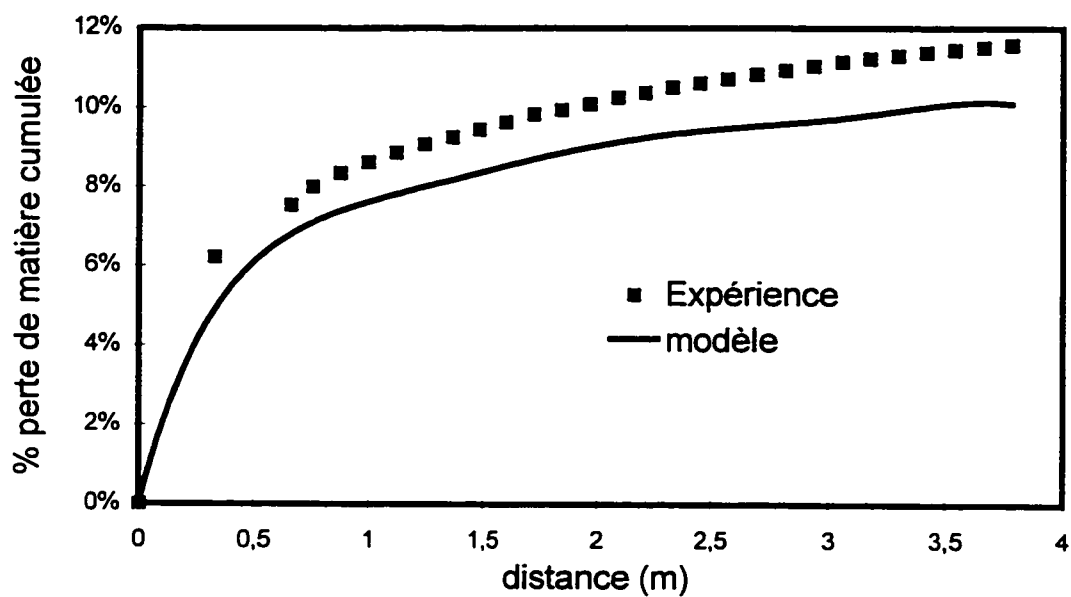


Figure 5.6 Perte de matière totale cumulée.

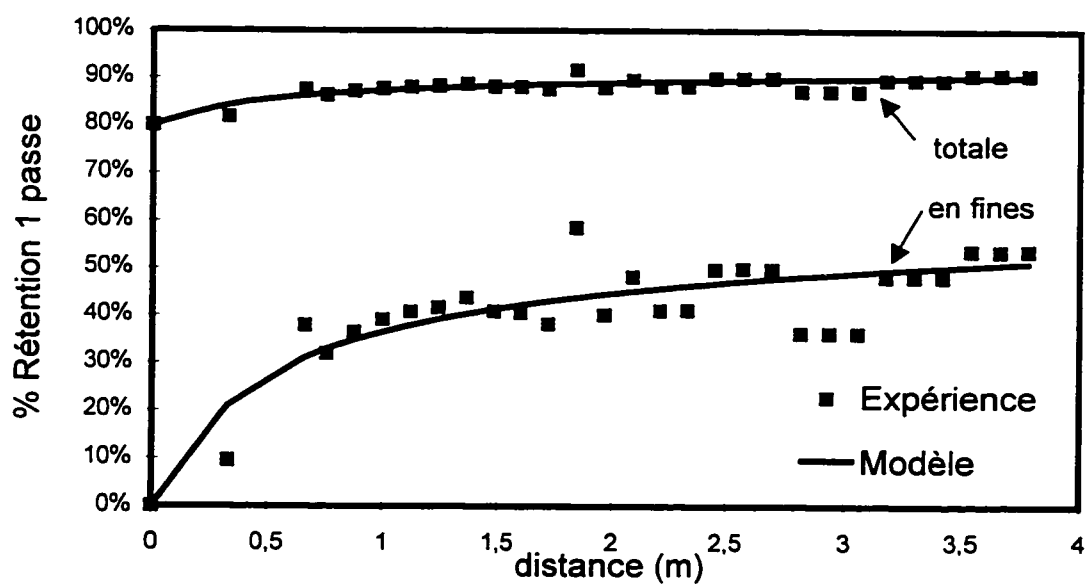


Figure 5.7 Rétention 1^{ère} passe.

Afin d'avoir une idée de la position de la ligne d'eau, on trace la courbe de la hauteur de suspension sur le même graphique que la courbe d'épaisseur de matelas fibreux. Le point de rencontre entre les deux courbes correspond à la position de la ligne d'eau, c'est-à-dire à l'endroit à partir duquel il n'y a plus de suspension visible au dessus du matelas fibreux. Nous pouvons voir sur la figure 5.8 que la ligne d'eau n'est pas encore atteinte. Si l'égouttage continue d'évoluer de la même façon, elle devrait se situer légèrement au-delà des 4 mètres.

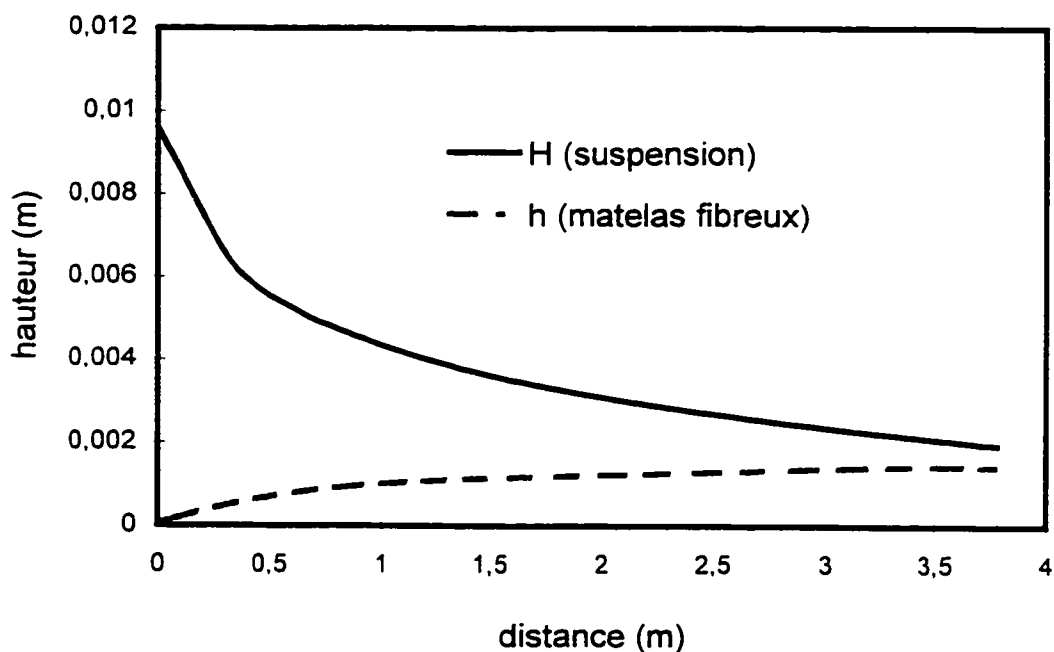


Figure 5.8 Position de la ligne d'eau.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'ajustement des paramètres empiriques du modèle pour un type de composition donné et des conditions opératoires fixes. Nous avons ensuite présenté les résultats permettant de comparer le modèle avec l'essai expérimental. Dans l'ensemble, les résultats sont très satisfaisants. Au chapitre suivant, nous présentons une analyse de sensibilité du modèle suite à une variation des paramètres empiriques. Ceci permettra d'identifier les paramètres ayant le plus d'influence sur le modèle.

CHAPITRE VI

ANALYSE DES PARAMÈTRES EMPIRIQUES

Dans ce chapitre, nous analysons la sensibilité du modèle suite à une variation des paramètres empiriques. En faisant varier chacun de plus ou moins 20 %, nous observons leurs effets sur la concentration dans les eaux blanches C_e , le grammage G , l'égouttage, la perte de matière et la rétention première passe.

Cet exercice a pour objectif, d'une part, d'identifier les paramètres les plus importants, c'est-à-dire ceux qui ont le plus d'effets sur le modèle, et d'autre part, de donner une signification physique aux paramètres, en vue de les définir. Le tableau 6.1 expose les effets sur le modèle d'une augmentation de 20 % de la valeur des paramètres. Pour calculer le pourcentage de variation, nous avons utilisé comme référence les réponses du modèle à une distance de deux mètres sur la table plate.

6.1 Analyse générale

6.1.1 Effets des paramètres sur l'égouttage

L'égouttage est essentiellement contrôlé par la résistance spécifique à la filtration $R_{f,spec}$ et la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} . Par conséquent, les paramètres ayant le potentiel d'influencer l'égouttage sont : le facteur de colmatage F_c , le coefficient de formation a , le coefficient de compressibilité b , et la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} . À partir de l'équation de résistance spécifique à la filtration (équation 5.5), nous

Tableau 6.1 Sensibilité du modèle à une augmentation de 20 % des paramètres empiriques

Paramètres ↑ 20 %	Effets					
	% d'eau égoutée	concentration eaux blanches C_e	grammage G	% perte de matière cumulée	réten- tion 1 ^{ère} passe totale	réten- tion 1 ^{ère} passe en fines
facteur de colmatage, F_c	↓ 6 %	↑ 3 %	↓ 4 %	↓ 5 %	--	↓ 3 %
coefficient de formation, a	↑ 30 %	↓ 15 %	↑ 28 %	↑ 18 %	↑ 2 %	↑ 19 %
coefficient de compressibilité, b	↓ 32 %	↑ 17 %	↓ 27 %	↓ 24 %	↓ 2 %	↓ 22 %
résistance de la toile, R_{toile}	↓ 3 %	--	↓ 3 %	--	--	↓ 2 %
indice de filtration, I_f	--	↓ 11 %	--	↓ 9 %	--	↑ 14 %

pouvons déduire qu'une augmentation de F_c et de b entraîne une augmentation de $R_{f_{spec}}$, ce qui devrait causer une diminution de l'égouttage. Le coefficient de formation a agit en sens contraire et une valeur plus élevée de ce dernier devrait augmenter l'égouttage.

A partir des résultats présentés au tableau 6.1, nous remarquons que les coefficients a et b influencent beaucoup plus l'égouttage que F_c et R_{toile} . Dans le cas de la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} , ceci correspond au résultat attendu. En effet, Ahn (1995) a effectué une étude de l'influence du type de toile sur l'égouttage et a remarqué que l'influence de la toile sur l'égouttage est en fait très minime. Après quelques centièmes de seconde, l'égouttage est contrôlé par le matelas fibreux. Dans le cas du facteur de colmatage F_c , nous analyserons son effet et sa signification à la section 6.2.1. Les analyses des coefficients a et b sont effectuées aux sections 6.2.2 et 6.2.3.

6.1.2 Effets des paramètres sur le grammage

La vitesse de formation du matelas fibreux dépend directement de la vitesse d'égouttage. Nous pouvons donc nous attendre aux mêmes résultats qu'à la section précédente. En effet, on remarque au tableau 6.1 que le coefficient de formation a et le coefficient de compressibilité b sont ceux qui influencent le plus le grammage.

6.1.3 Effets des paramètres sur la concentration dans les eaux blanches, la perte de matière et la rétention première passe

Les variables contrôlant la concentration dans les eaux blanches C_e sont l'indice de filtration I_f et le grammage G . L'équation 3.2 nous prédit qu'une augmentation de I_f et de G entraîne une diminution de C_e . C'est effectivement ce que nous observons au tableau 6.1. Cependant, les résultats associés aux effets des coefficients a et b ne

semblent pas logiques. En pratique, l'égouttage et la rétention varient en sens inverse : lorsque le drainage est amélioré, la rétention chute (JAYCOCK et SWALES, 1994). Or, au tableau 6.1, on remarque que l'égouttage et la perte de matière réagissent dans le bon sens, mais pas la rétention première passe. Cela peut s'expliquer de la façon suivante. La rétention première passe n'est calculée qu'avec les concentrations (équation 2.34) alors que la perte de matière cumulée dépend des débits (équation 3.27). Étant donné que les coefficients a et b ont une grande influence sur l'égouttage, ils ont aussi un effet important sur la perte de matière.

Cependant, si on se base sur la théorie, un égouttage rapide entraîne, certes, une formation du matelas fibreux plus rapide et un grammage plus élevé, mais cela ne signifie pas pour autant que le matelas est plus dense. Si l'égouttage est rapide, la dimension des pores du matelas est plus grande, laissant ainsi passer plus de matière. On devrait donc s'attendre à une augmentation de la concentration des eaux blanches, ce qui n'est pas le cas si on se fit au tableau 6.1.

L'indice de filtration I_f est le paramètre qui contrôle directement la concentration dans les eaux blanches. Les effets des coefficients a et b sur C_e devraient donc être compensés par un ajustement de I_f . Par conséquent on peut conclure que l'indice de filtration et les coefficients a et b ne sont pas indépendants. Il faudrait tenir compte de cette constatation lors de la validation complète du modèle.

6.2 Analyse des paramètres

Dans cette section, nous analysons séparément les effets associés à chacun des paramètres. Nous parlerons rapidement du facteur de colmatage F_c et de la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} et l'accent sera mis sur le coefficient de formation a , le

coefficient de compressibilité b et l'indice de filtration I_f puisque ces trois derniers paramètres influencent le modèle de façon beaucoup plus importante.

6.2.1 Facteur de colmatage F_c

Les effets causés par une variation de 20 % du facteur de colmatage F_c sont illustrés aux figures 6.1 à 6.7. Une augmentation du facteur de colmatage traduit un matelas fibreux plus dense. On s'attend donc à ce que l'égouttage soit plus lent et que la perte de matière soit moindre, ce qui est le cas. Cependant, l'influence de F_c n'est pas très importante car l'effet sur la plupart des variables du modèles est inférieur à 5 % (tableau 6.1).

L'objectif du facteur de colmatage F_c est essentiellement d'ajuster la valeur de la résistance spécifique initiale (voir équation 5.5). La résistance spécifique initiale ne dépend que du degré de raffinage. L'équation de résistance spécifique initiale à la filtration que nous avons déduite de la relation développée par El-Hosseiny et Yan (1980), ne tient pas compte du type de pâte, de la longueur des fibres ni de la concentration de la suspension. Or, selon la nature de la pâte, le raffinage n'aura pas le même effet. Dans certains cas, on aura des fibres longues, fibrillées et gonflées et dans d'autres cas on aura des fibres coupées, donc plus courtes, et peu fibrillées; ces deux situations pouvant conduire à un même degré de raffinage. (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989).

Le facteur de colmatage F_c vient donc ajuster la résistance spécifique à la filtration initiale en tenant compte de la longueur des fibres de la nature de la pâte (chimique, mécanique, fibres recyclés) et de la concentration de la suspension.

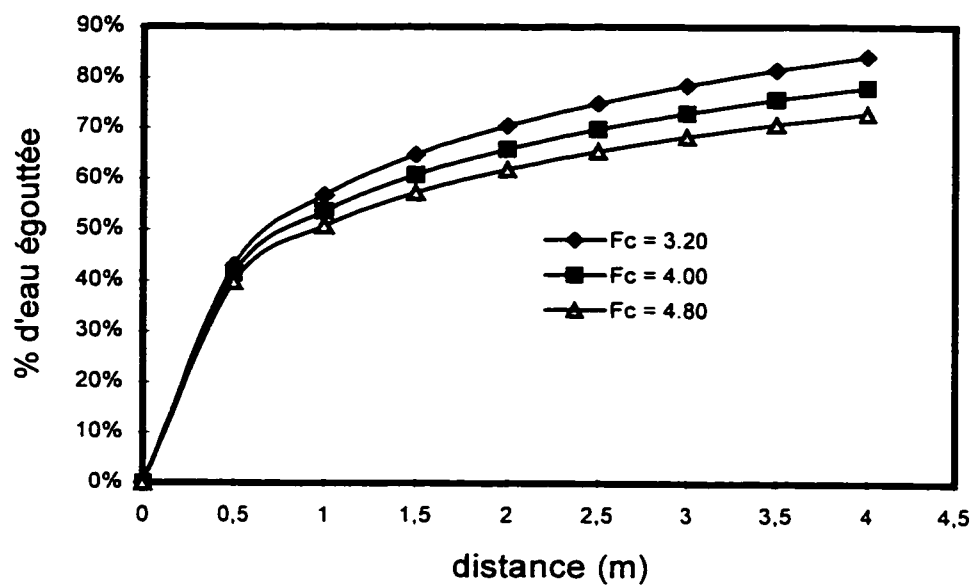


Figure 6.1 Influence de F_c sur l'égouttage.

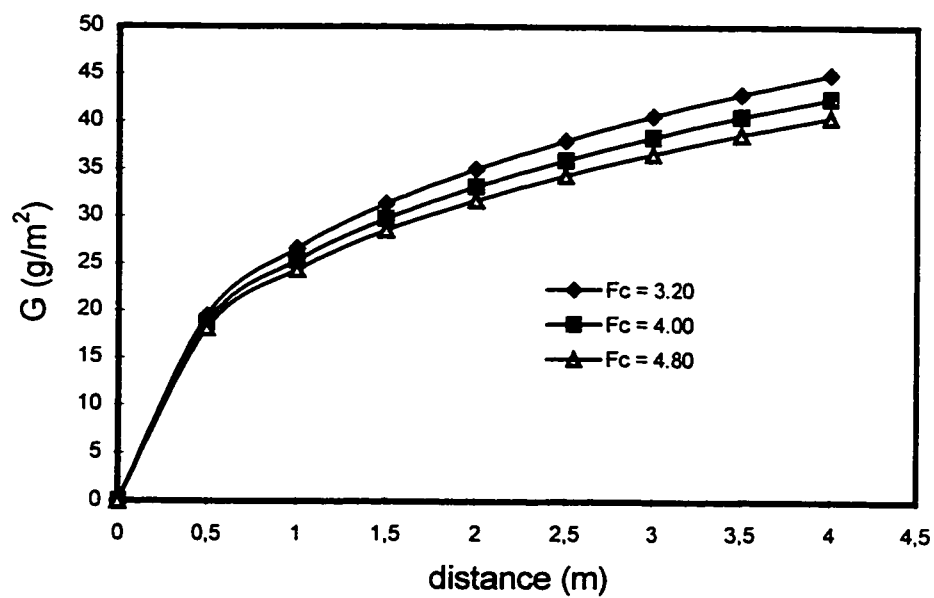


Figure 6.2 Influence de F_c sur le grammage.

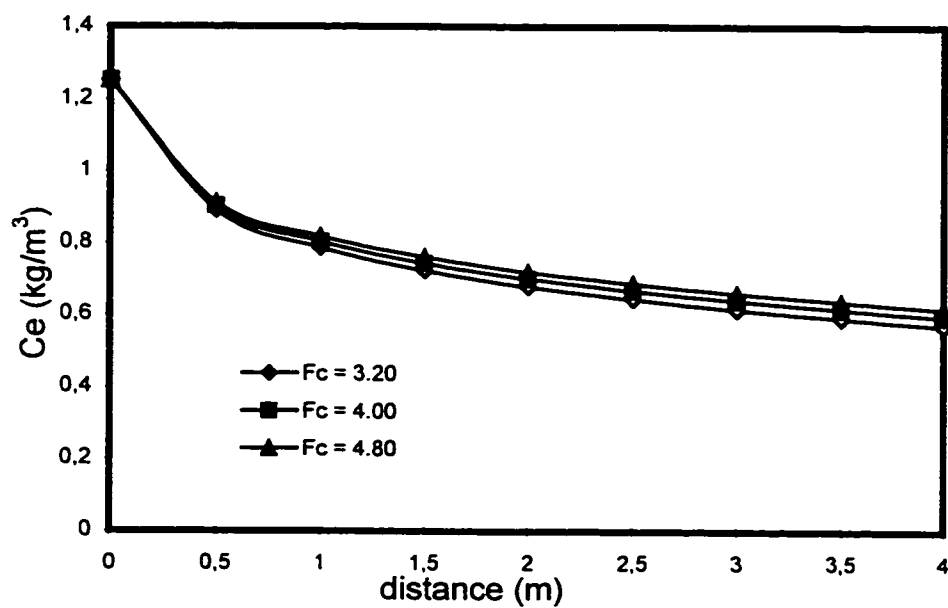


Figure 6.3 Influence de F_c sur la concentration dans les eaux blanches.

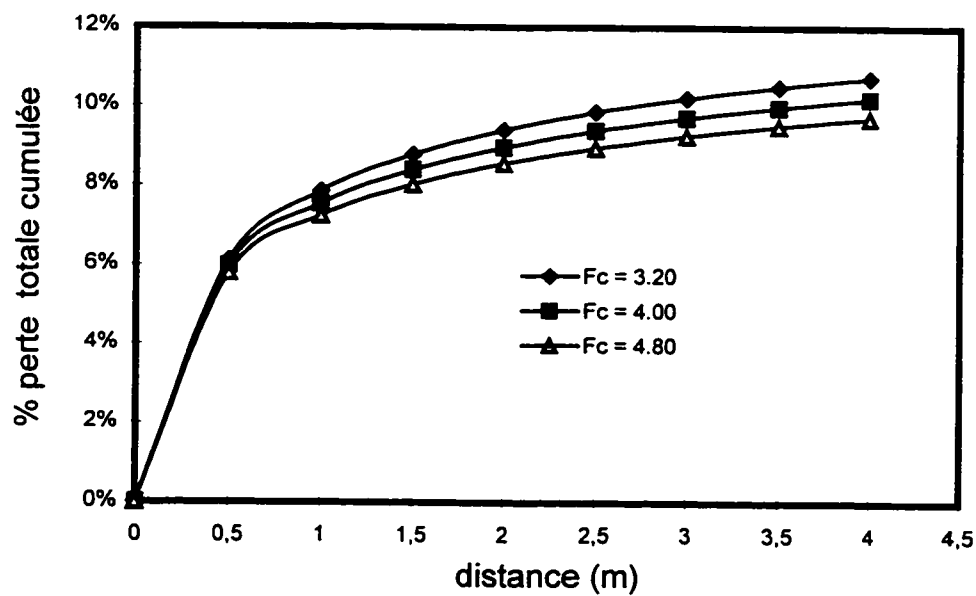


Figure 6.4 Influence de F_c sur la perte de matière.

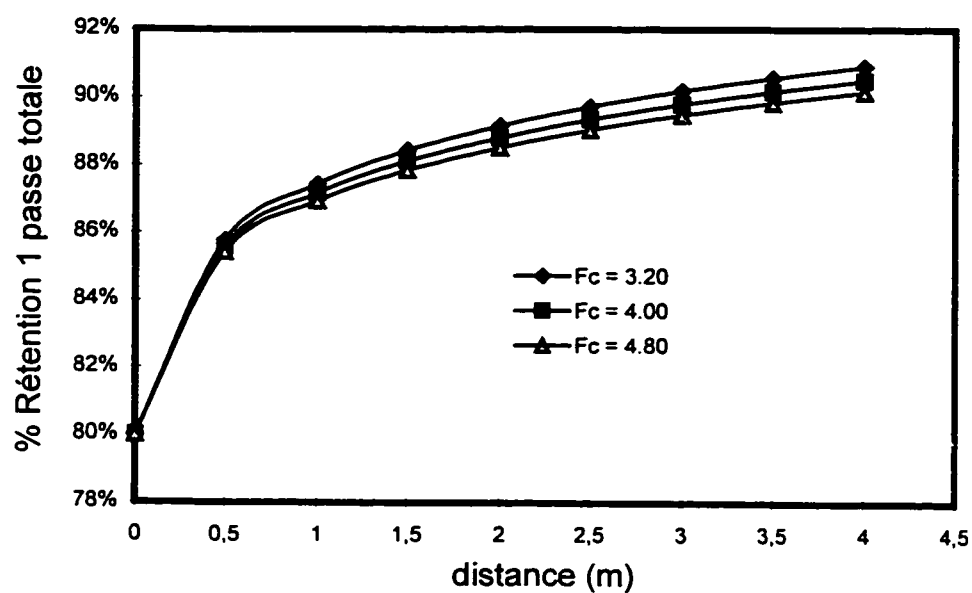


Figure 6.5 Influence de F_c sur la rétention 1^{ère} passe totale.

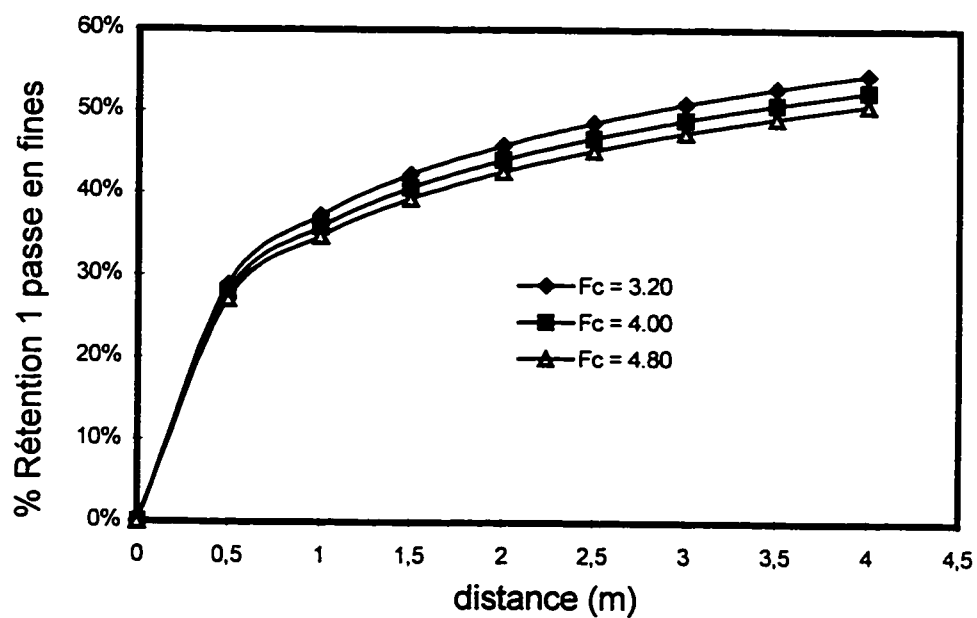


Figure 6.6 Influence de F_c sur la rétention 1^{ère} passe en fines.

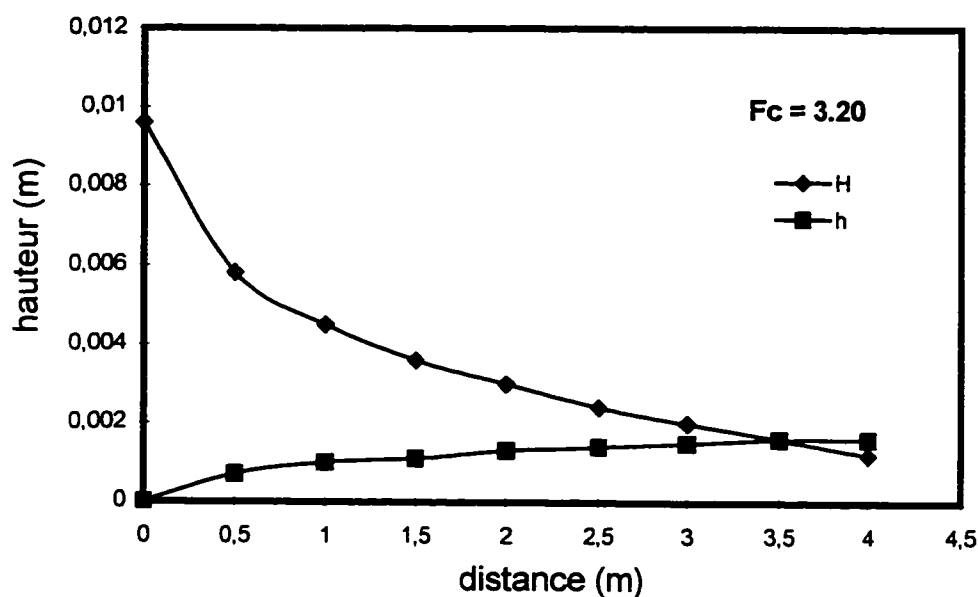


Figure 6.7 Influence d'une diminution de F_c sur la position de la ligne d'eau.

6.2.2 Coefficient de formation a

Les effets causés par une variation de 20 % du coefficient de formation a sont illustrés aux figures 6.8 à 6.14. Une augmentation du coefficient de formation a accélère l'égouttage (le pourcentage d'eau égouttée est plus important et la ligne d'eau se produit plus tôt) et la formation est plus rapide (le grammage est plus élevé). Nous pouvons en déduire que le coefficient a reflète, entre autre, l'expansion du matelas fibreux causée par la turbulence existant sur la table plate. Cette turbulence entraîne une augmentation de la dimension des pores dans le matelas fibreux, entraînant ainsi un plus grand volume d'eau. Les fines particules qui s'étaient déposées sur la face supérieure du matelas sont entraînées à l'intérieur de celui-ci et une partie des particules passe directement dans les eaux d'égouttage. C'est pourquoi la perte de matière est plus importante. Cependant, on aurait dû s'attendre à ce que la concentration dans les eaux blanches augmente et que la

rétenction première passe diminue. L'indice de filtration I_f devrait venir compenser l'effet attendu, ce qui nous porte à croire que I_f et a ne sont pas indépendants.

Afin de définir le coefficient de formation a , nous devons d'abord identifier les origines de la turbulence sur la machine. Il y a d'abord l'effet créé par les racles et les pontuseaux (voir section 1.2.3.2 et figure 1.4). Lors de l'ajustement des paramètres du modèles, nous avons défini un profil de pression sous la table plate (figure 5.2) et nous avons négligé la phase de surpression créée par les éléments d'égouttage. Or, comme nous l'avons vu au chapitre I, cette surpression provoque un saut de pâte sur la toile et une partie du matelas fibreux se remet en suspension. Cette expansion du matelas, négligé dans le profil de pression, est donc prise en compte par le coefficient a . Il existe d'autres sources de turbulence sur la table plate. Il s'agit de techniques complémentaires de formation telles que les douches de formation et la vibration de toile horizontale et verticale. La définition du coefficient de formation devrait pouvoir refléter cette turbulence, c'est-à-dire son échelle et son intensité. Il existe un nombre caractérisant la vibration sur la table de fabrication. Il s'agit du nombre de vibration (*shake number*) et il est défini de la façon suivante (MANSON, 1995) :

$$S_n = \frac{f^2 A_v}{V_m} \quad (6.1)$$

où f est la fréquence de vibration s^{-1} ;

A_v est l'amplitude de vibration, m;

V_m est la vitesse de la machine, m/s.

Par ailleurs, Wahlstrom et O'Blenes (1962) ont observé expérimentalement que le coefficient de formation dépend aussi de la nature de la pâte. Les fibres de la pâte mécanique contiennent de la lignine, ce qui les rend plus rigides alors que les fibres de la

pâte chimique sont beaucoup plus flexibles et forment un réseau fibreux beaucoup plus solide. (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989). Ainsi, un matelas fibreux formé de fibres flexibles a plus de chances de demeurer intact sous l'effet de la surpression et de la vibration. Il existe un bon indice traduisant la flexibilité des fibres : la masse linéique (KEREKES et SCHELL, 1992). La valeur de la masse linéique reflète le rapport du poids de la matière composant la paroi cellulaire à la longueur des fibres. La flexibilité est inversement proportionnelle à la masse linéique.

En résumé, le coefficient de formation a dépend de la turbulence et de la vibration existant sur la table de fabrication, ainsi que de la flexibilité des fibres. Finalement, le coefficient a est proportionnel au nombre de vibration S_n et à la masse linéique.

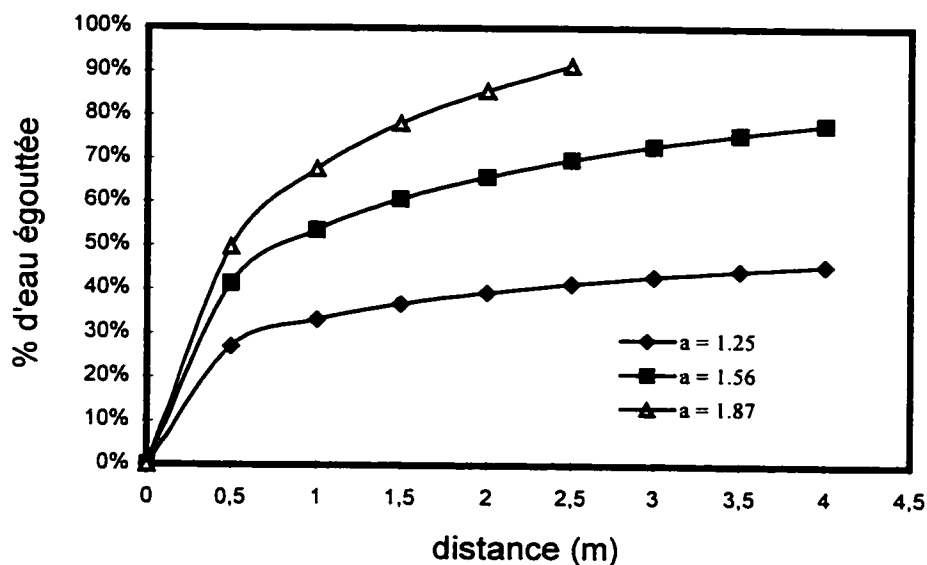


Figure 6.8 Influence de a sur l'égouttage.

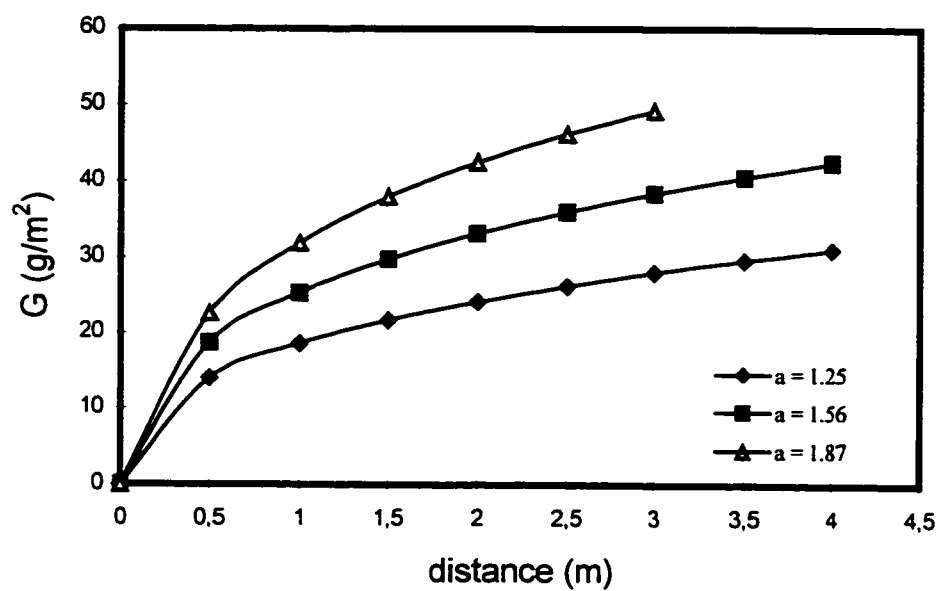


Figure 6.9 Influence de a sur le grammage.

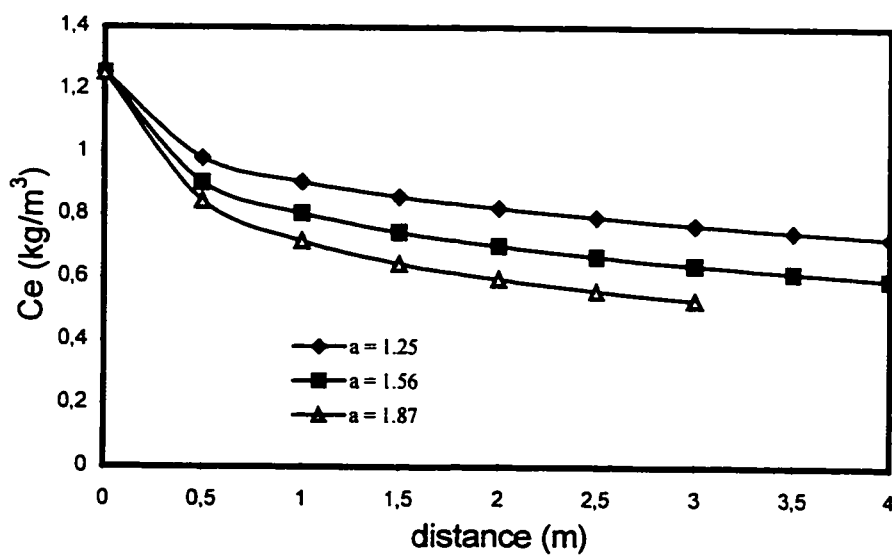


Figure 6.10 Influence de a sur la concentration dans les eaux blanches.

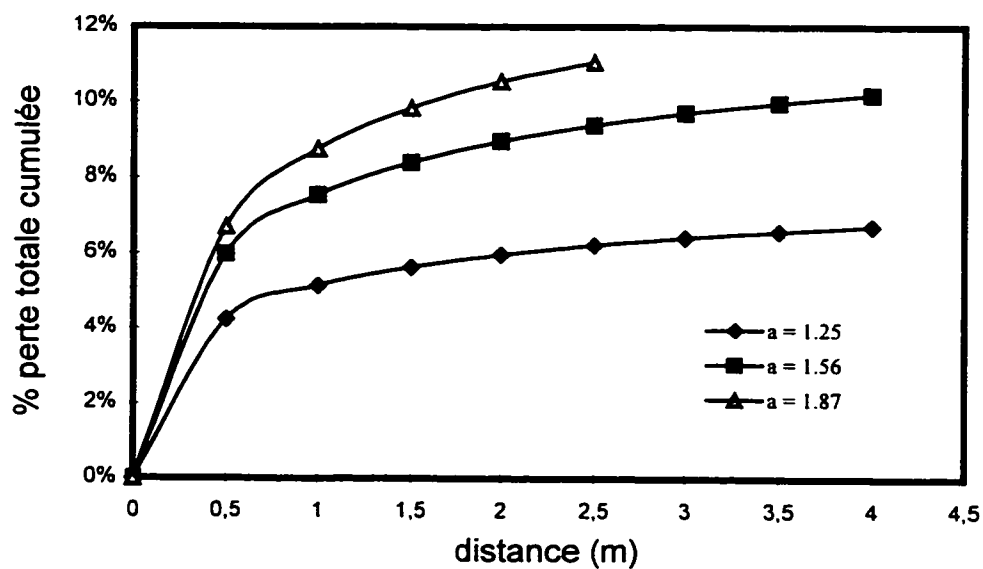


Figure 6.11 Influence de a sur la perte de matière.

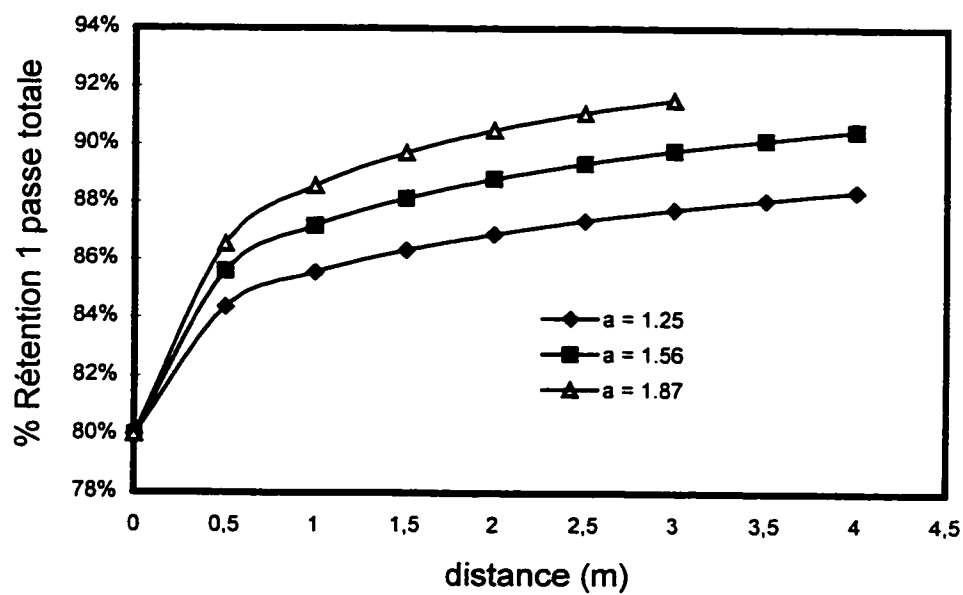


Figure 6.12 Influence de a sur la rétention 1^{ère} passe totale.

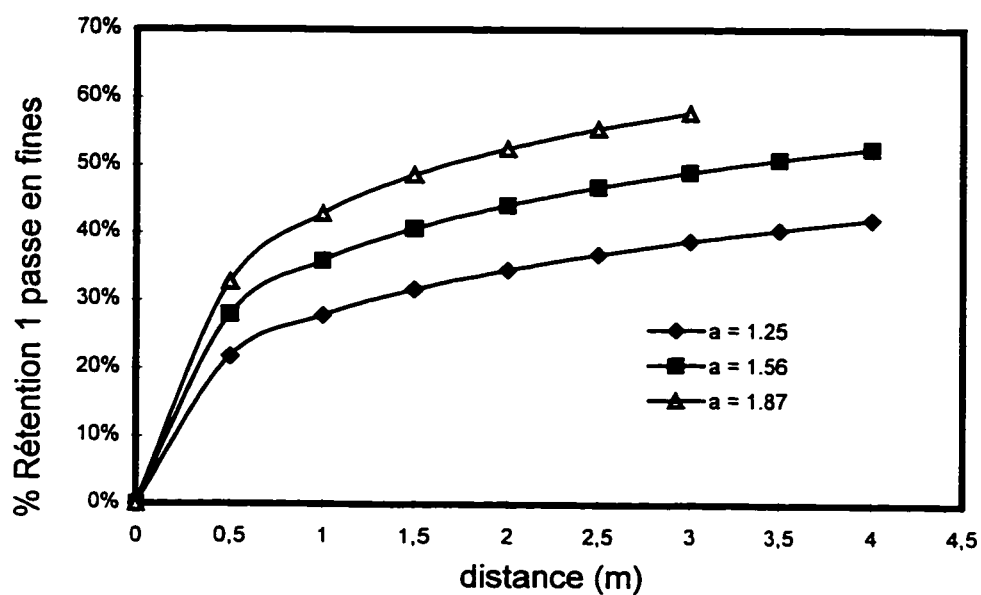


Figure 6.13 Influence de a sur la rétention 1^{ère} passe en fines.

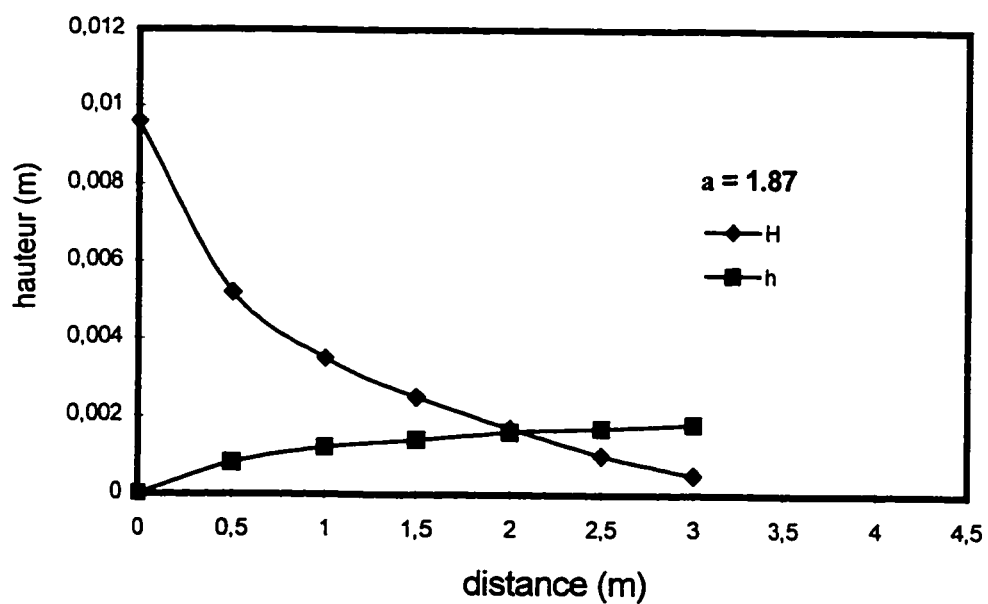


Figure 6.14 Influence d'une augmentation de a sur la position de la ligne d'eau.

6.2.3 Coefficient de compressibilité b

L'influence d'une variation du coefficient de compressibilité b sur le modèle est illustrée aux figures 6.15 à 6.21. Une augmentation du facteur de compressibilité b entraîne une densification du matelas fibreux, donc l'égouttage et la formation sont ralentis, de même que la perte de matière est moindre. Par contre, on aurait dû s'attendre à ce que la concentration dans les eaux blanches C_e diminue et que la rétention première passe augmente. Comme dans le cas du coefficient de formation a (voir section précédente), l'indice de filtration I_f devrait venir compenser l'effet attendu. L'indice de filtration I_f et le coefficient de compressibilité b ne sont donc pas indépendants.

La compressibilité du matelas fibreux dépend de sa déformation, du colmatage par les éléments fins et de la compressibilité des fibres elles-mêmes. Selon Wahlstrom et O'Blens (1962), la compressibilité du matelas fibreux est indépendante de la concentration de la suspension et du raffinage. Elle dépendrait uniquement du type de pâte. Cependant, Pires (1995) a observé que pour les suspensions faiblement concentrées ($\approx 1 \text{ kg/m}^3$), le coefficient de compressibilité tendrait vers 1.

L'enlèvement de la lignine (pâtes chimiques et blanchies) entraîne une augmentation de la taille des pores dans la paroi cellulaire des fibres (BERTHOLD et SALMEN, 1997). C'est pourquoi ces fibres se gonflent plus d'eau et sont plus flexibles. Des fibres flexibles forment un matelas plus déformable et adaptable ce qui, sous l'effet d'un gradient de pression, tend à diminuer la taille des pores du matelas (EL KADERI, 1992). La pression d'aspiration peut aussi entraîner les éléments fins à l'intérieur du matelas et ainsi colmater ce dernier.

Par ailleurs, les fibres gonflées sont elles-mêmes déformables et compressibles (MEYER, 1971). Le gradient de pression appliquée sur le matelas va permettre

l'évacuation de l'eau présente dans les pores de la fibre, ce qui va la comprimer et la déformer.

On remarque au tableau 6.1 que le coefficient de formation a et le coefficient de compressibilité b agissent sur le modèle selon le même ordre de grandeur, mais en sens opposé. On a vu à la section précédente qu'une valeur du coefficient a plus élevée traduisait un réseau fibreux moins solide, moins déformable, donc des fibres moins flexibles. Une valeur du coefficient b plus élevée traduit tout à fait le contraire. Par contre, le coefficient b ne dépend pas de la turbulence et de la vibration. Le coefficient a dépend surtout des conditions opératoires de la machine alors que le coefficient b dépend essentiellement de la nature de la pâte (chimique, mécanique, fibres recyclées).

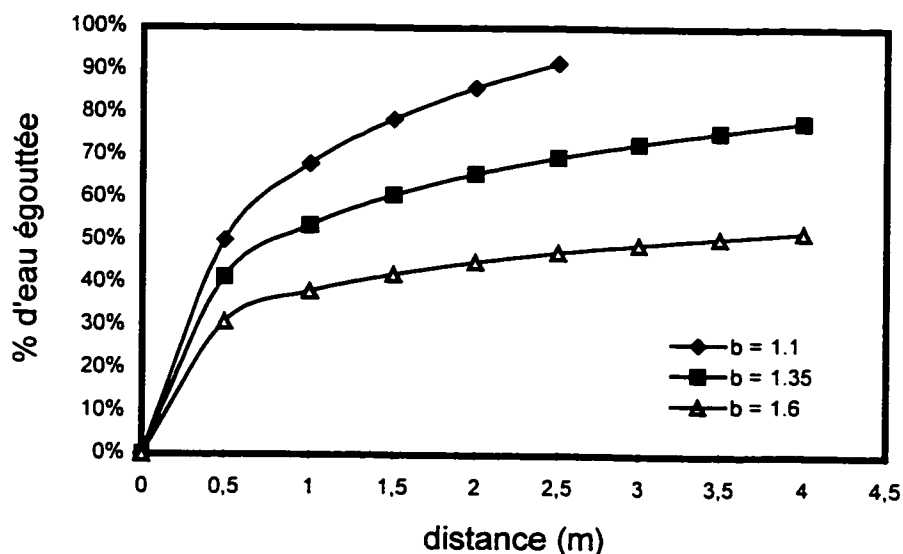


Figure 6.15 Influence de b sur l'égouttage.

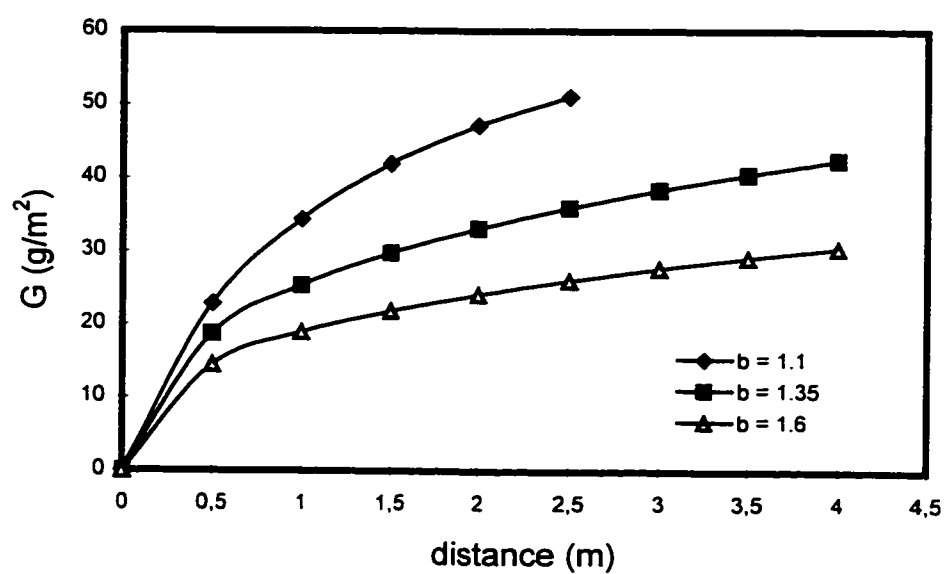


Figure 6.16 Influence de b sur le grammage.

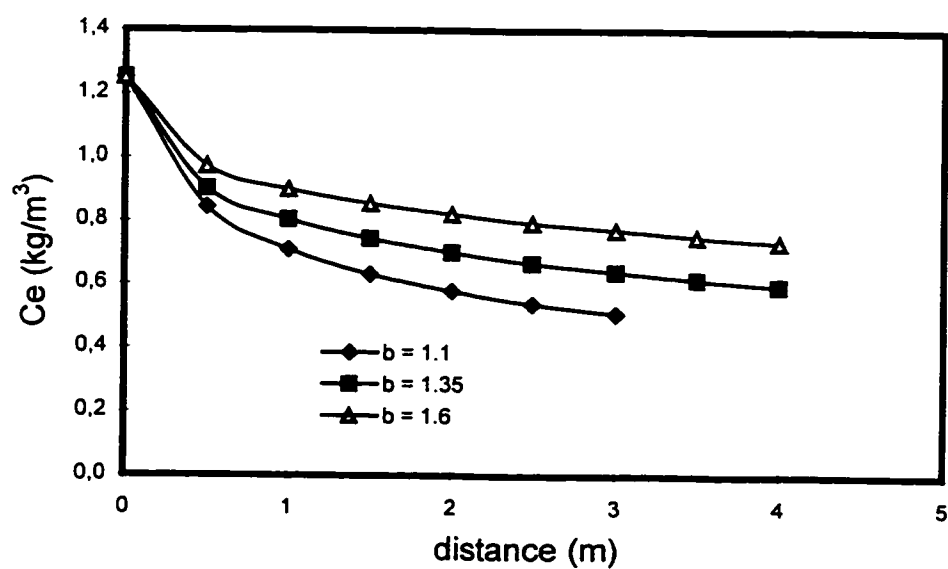


Figure 6.17 Influence de b sur la concentration dans les eaux blanches.

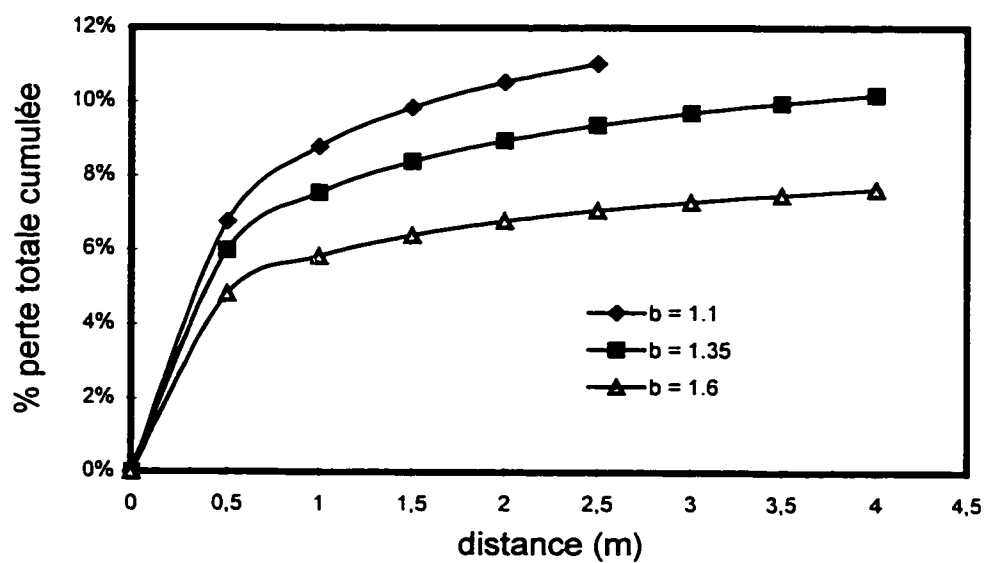


Figure 6.18 Influence de b sur la perte matière.

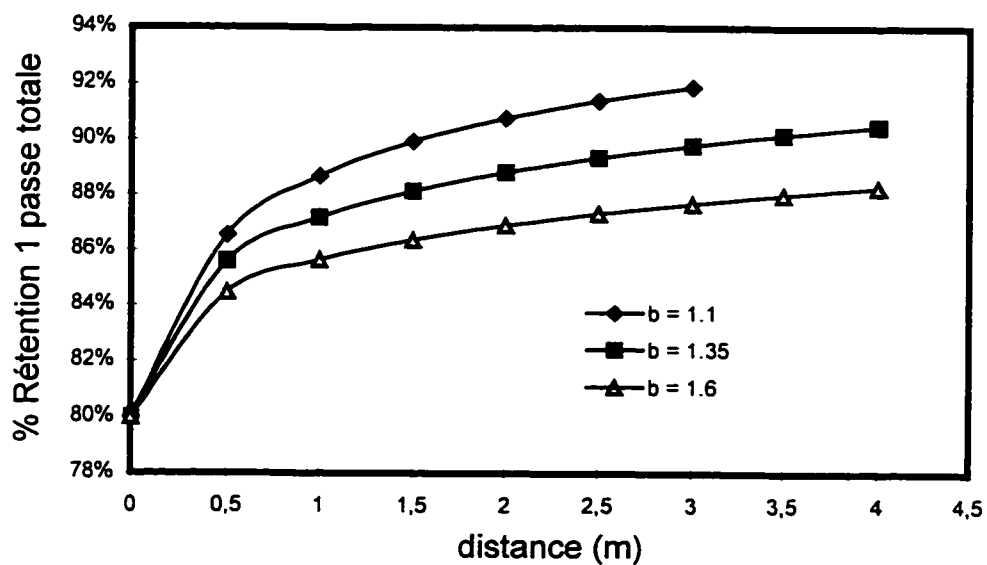


Figure 6.19 Influence de b sur la rétention 1^{ère} passe totale.

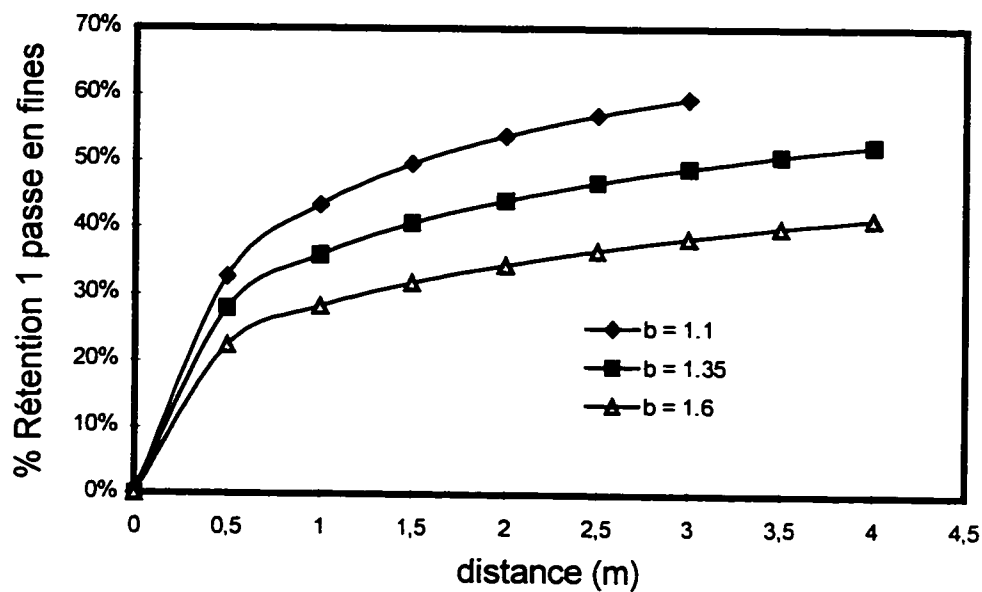


Figure 6.20 Influence de b sur la rétention 1^{ère} passe en fines.

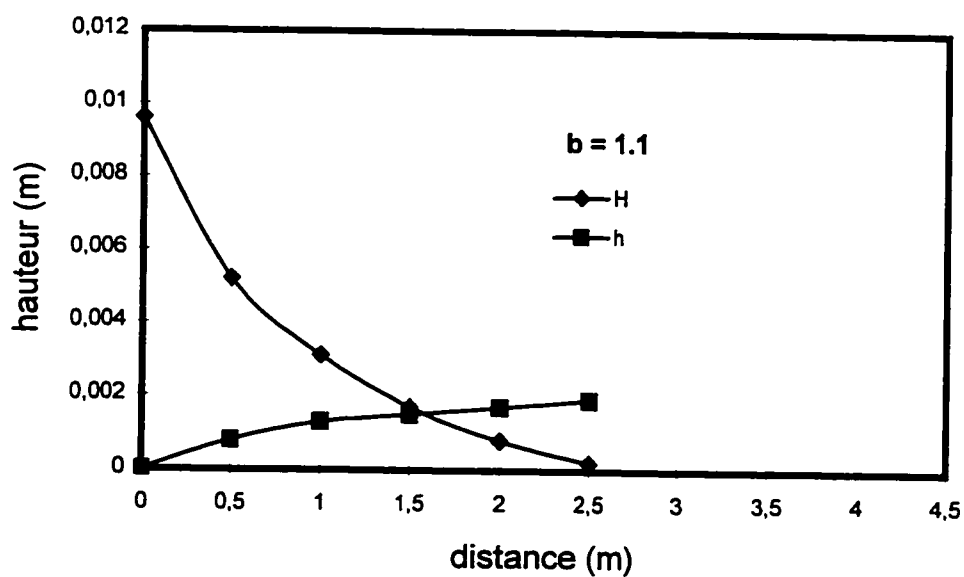


Figure 6.21 Influence d'une diminution de b sur la position de la ligne d'eau.

6.2.4 Résistance de la toile à l'égouttage R_{toile}

Nous présentons ici quelques figures (6.22 à 6.25) permettant d'illustrer le peu d'influence qu'a la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} sur le modèle. Nous avons déjà discuté de l'effet de R_{toile} à la section 6.1.1. Une étude effectuée par Ahn (1995) a démontré que l'influence de la toile sur l'égouttage est en fait très minime. Après quelques centièmes de seconde, l'égouttage est contrôlé par le matelas fibreux.

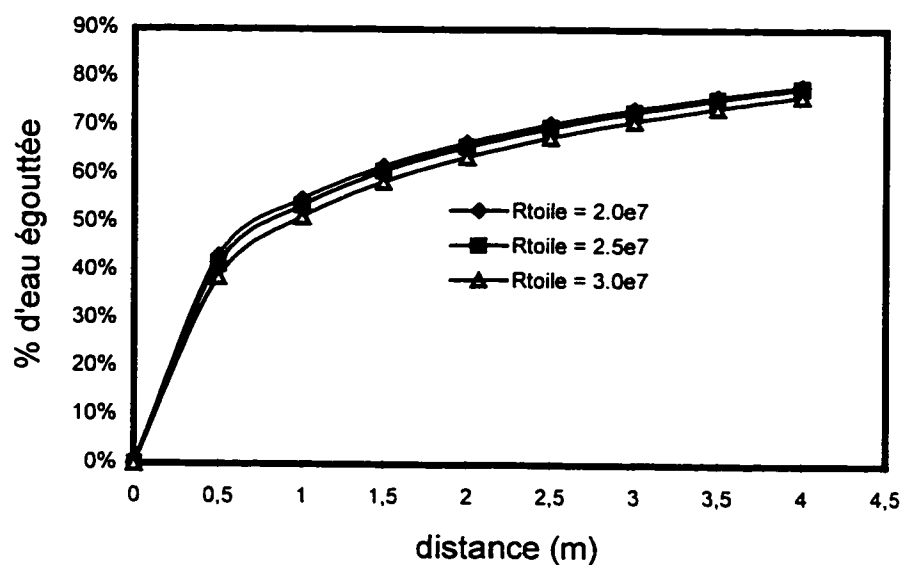


Figure 6.22 Influence de R_{toile} sur l'égouttage.

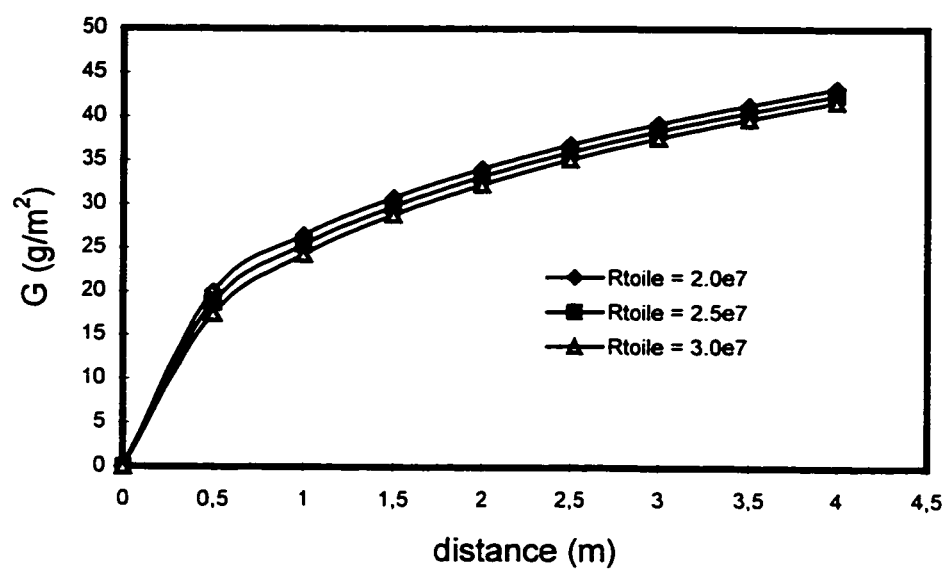


Figure 6.23 Influence de R_{toile} sur le grammage.

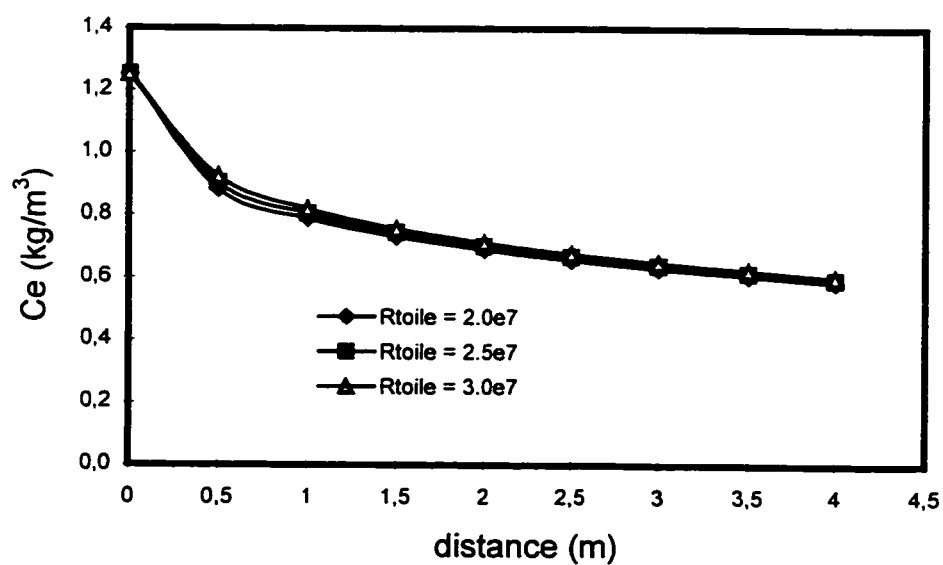


Figure 6.24 Influence de R_{toile} sur la concentration dans les eaux blanches.

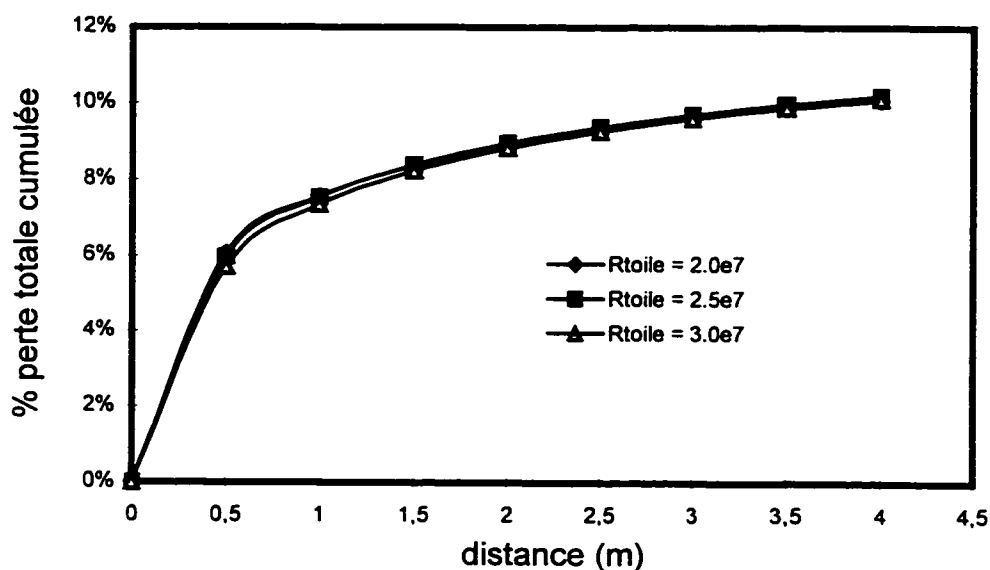


Figure 6.25 Influence de R_{toile} sur la perte de matière.

6.2.5 Indice de filtration I_f

L'influence d'une variation de l'indice de filtration I_f est illustrée aux figures 6.26 à 6.31. L'indice de filtration I_f est le paramètre qui contrôle directement la concentration dans les eaux blanches. Il affecte donc aussi la perte de matière et la rétention première passe. Si on se base sur l'équation de concentration dans les eaux blanches (équation 3.2), l'indice de filtration I_f reflète le taux de diminution de matière dans les eaux blanches. Il apparaît donc clairement que si I_f augmente, la concentration dans les eaux blanches diminue.

Si nous nous basons sur l'équation 3.3 définie par Meyer (1971), l'indice de filtration I_f est fonction de la dimension des fibres et de l'efficacité de la fibre unitaire. La dimension moyenne des fibres dépend du type de bois, de la nature de la pâte et du degré de raffinage (DE CHOUDENS et VALLETTE, 1989). Van de Ven (1984) a aussi

proposé une définition de l'indice de filtration. Cet indice est proportionnel à l'efficacité de la fibre unitaire et inversement proportionnel au rayon des pores. Plus les pores sont grands, moins l'indice de filtration est élevé et plus les eaux blanches sont concentrées. Ceci explique pourquoi l'indice de filtration n'est pas indépendant du coefficient de formation a et du coefficient de compressibilité b . En effet, nous avons vu aux sections 6.2.2 et 6.2.3 qu'une augmentation du coefficient a traduisait une expansion du matelas fibreux alors qu'une augmentation du coefficient b reflétait une plus grande compressibilité du matelas, par conséquent des pores plus petits. Nous pouvons donc conclure que l'indice de filtration I_f est proportionnel au coefficient de compressibilité b et inversement proportionnel au coefficient de formation a .

L'efficacité de la fibre unitaire E_f a été étudiée à la section 2.3.2. Elle dépend de la nature de la pâte des forces hydrodynamiques, des forces de répulsion et d'attraction ainsi que du type de particule à collecter. Dans le cas des particules colloïdales, E_f dépend de la diffusion et est inversement proportionnelle au rayon des colloïdes (VAN DE VEN, 1984). Dans le cas des matières solides en suspension, c'est le contraire, l'efficacité de rétention augmente avec la dimension des éléments fins. Dans tous les cas, l'efficacité de la fibre unitaire est fortement influencée par les forces hydrodynamiques ainsi que par les forces d'attraction et de répulsion. La physico-chimie du système joue donc un grand rôle. Ainsi, l'efficacité de la fibre unitaire va dépendre de l'utilisation d'agents de rétention et du taux de fermeture des circuits d'eaux blanches. Lorsque l'eau du circuit primaire est recirculée à la caisse de tête, une partie des solides dissous va repasser dans les eaux blanches et retourner à la caisse de tête, jusqu'à ce qu'une concentration d'équilibre soit atteinte. Plus le taux de recirculation est élevé, plus la concentration d'équilibre est élevée (ALEXANDER et DOBBINS, 1977). Par conséquent, plus le taux de fermeture est élevé, plus la quantité de contaminants dissous augmente dans la suspension, ce qui diminue la capacité de fixation des éléments fins sur les fibres (VAN DE VEN, 1993). Finalement, si l'on souhaite faire une étude

dynamique de la recirculation des eaux blanches dans le procédé et de son effet sur la rétention, l'indice de filtration I_f , et plus particulièrement l'efficacité de la fibre unitaire E_f , sont des paramètres déterminants.

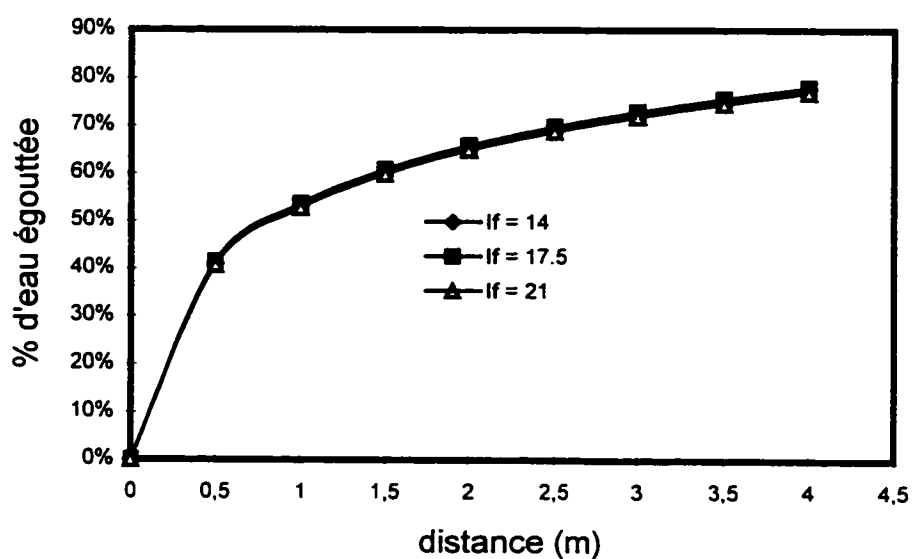


Figure 6.26 Influence de I_f sur l'égouttage.

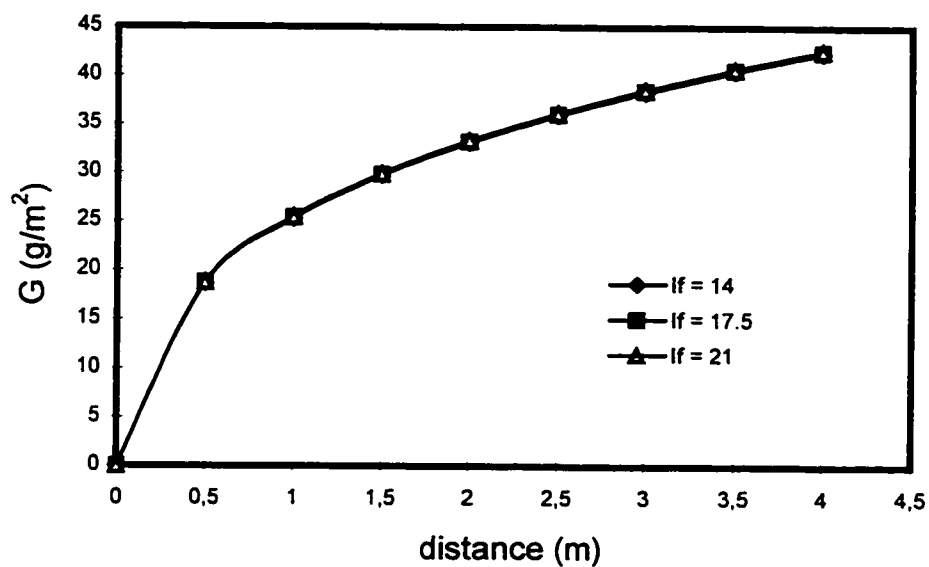


Figure 6.27 Influence de I_f sur le grammage.

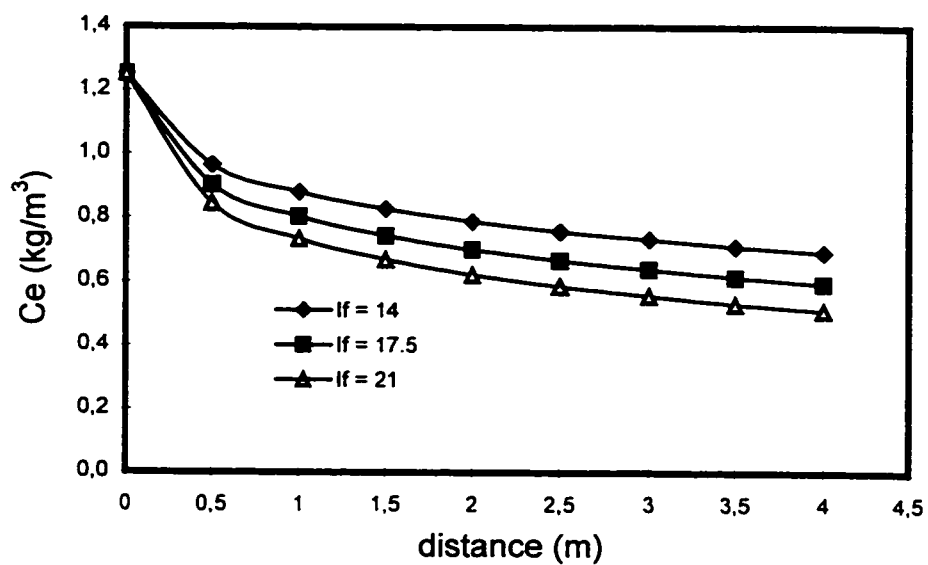


Figure 6.28 Influence de I_f sur la concentration dans les eaux blanches.

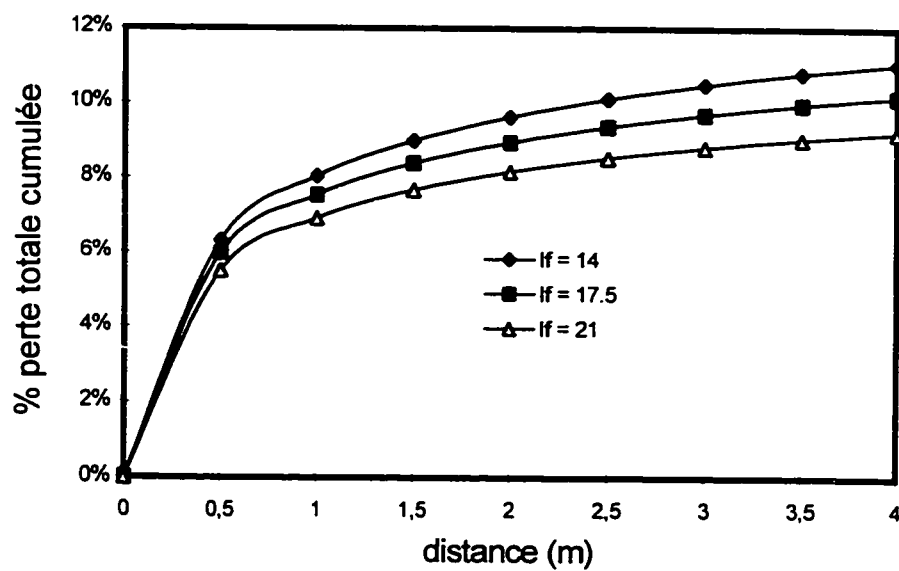


Figure 6.29 Influence de I_f sur la perte de matière.

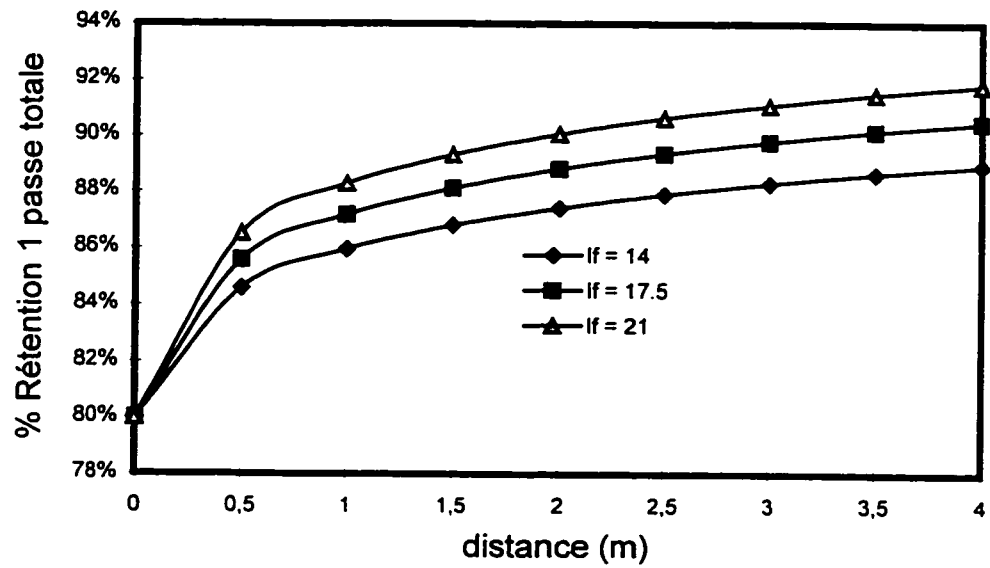


Figure 6.30 Influence de I_f sur la rétention 1^{ère} passe totale.

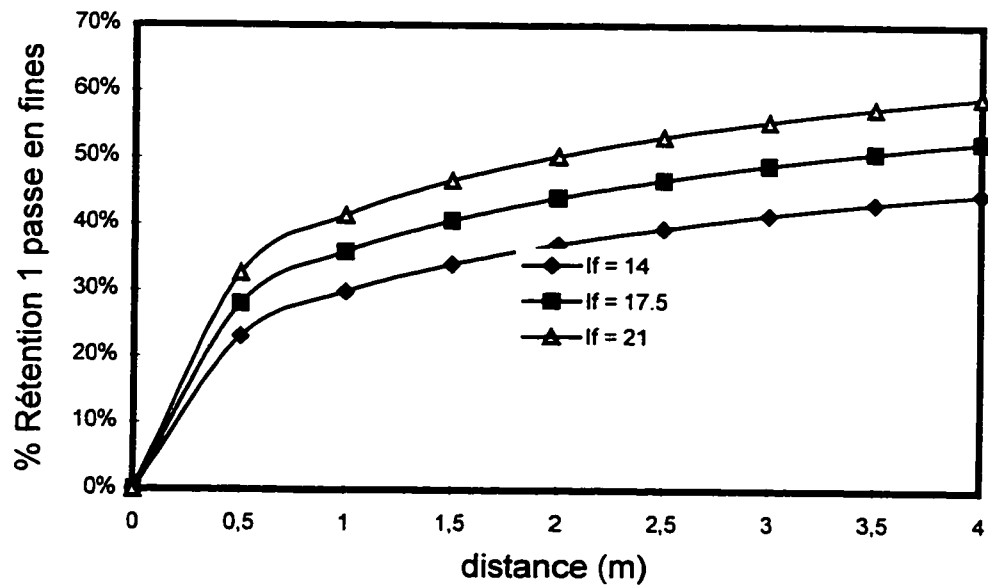


Figure 6.31 Influence de I_f sur la rétention 1^{ère} passe en fines.

CONCLUSION

Dans le cadre de ce projet, nous avons développé un modèle de drainage et de rétention sur une machine à papier de type table plate. Ce modèle est basé sur les lois d'écoulement de la suspension fibreuse à travers le matelas fibreux en formation et la toile de fabrication. Il tient compte de la nature et des caractéristiques physiques de la suspension (degré de raffinage, concentration dans la caisse de tête, teneur en fines et en charges, viscosité et masse volumique) ainsi que des paramètres opératoires de la machine (vitesse, laize, résistance de la toile à l'égouttage et pression d'aspiration créée par les éléments d'égouttage). Le modèle permet de calculer, en tout point de la table plate, la concentration dans les eaux blanches, le débit d'égouttage, le grammage et l'épaisseur du matelas fibreux. Ceci nous permet ensuite de calculer la rétention première passe des différents constituants et la rétention globale. Le modèle de drainage et de rétention proposé est valable pour des conditions opératoires en régime permanent. De plus, il ne s'applique qu'à la première phase de formation de la feuille, c'est-à-dire tant que l'on n'a pas recourt aux caisses aspirantes sèches (avant la ligne d'eau).

Le drainage est en majeure partie contrôlé par la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux en formation. Une équation théorique, dont les paramètres peuvent être évalués en laboratoire à l'aide de l'appareil PULMAC, permet de calculer cette résistance spécifique. Cependant, ce test de laboratoire ne permet pas de reproduire les conditions hydrodynamiques réelles existant sur la table plate. Par conséquent, nous avons proposé un nouveau modèle de résistance spécifique à la filtration qui est fonction du raffinage des fibres, de la turbulence existant sur la machine ainsi que de la compressibilité du matelas fibreux et de son colmatage.

Le développement du modèle de drainage et de rétention a fait ressortir six paramètres empiriques devant être ajustés par une validation expérimentale :

- La rétention initiale de chaque composante R_{0i} ;
- l'indice de filtration de chaque composante I_{fi} ;
- la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} ;
- le coefficient de formation a ;
- le coefficient de compressibilité b ;
- le facteur de colmatage F_c .

Nous avons supposé connu le premier paramètre et nous avons ajusté les cinq autres paramètres pour un seul point de fonctionnement, c'est-à-dire pour un type de composition et des conditions opératoires fixes. Il est important de souligner que cette démarche ne constitue qu'une étape à la validation complète du modèle. Les données d'ajustement des paramètres proviennent d'un essai effectué sur la machine expérimentale du CTP. La résolution des équations mathématiques et l'ajustement des paramètres ont été effectués à l'aide du logiciel Matlab® plus Simulink®. Les résultats obtenus sont très satisfaisants.

- L'écart moyen entre les résultats de l'expérience et du modèle pour le grammage, le drainage et la rétention première passe totale est strictement inférieur à 2 %.
- L'écart moyen entre les résultats de l'expérience et du modèle pour la concentration dans les eaux blanches, la perte de matière et la rétention première passe en fines est inférieur à 10 %. Ce plus grand écart est causé par les fluctuations du procédé de fabrication du papier (turbulence, conditions hydrodynamiques...). Les données de concentration dans les eaux blanches décroissent de façon exponentielle, mais les points sont dispersés par rapport au modèle qui décroît de façon régulière.

- Le modèle de résistance spécifique à la filtration proposé nous permet de calculer des valeurs de vitesse d'égouttage qui se rapprochent des données expérimentales, du moins pour ce qui est de notre essai.
- Une analyse de sensibilité du modèle suite à une variation des paramètres d'ajustement a démontré, d'une part, que les paramètres les plus influents sont le coefficient de formation a , le coefficient de compressibilité b et l'indice de filtration I_f et d'autre part, que l'indice de filtration est fonction des coefficients a et b .

A la lumière des résultats obtenus, nous pouvons suggérer les recommandations suivantes.

- Il serait important d'effectuer une validation complète du modèle avec, si possible, des données provenant d'une machine à papier industrielle.
- L'analyse de sensibilité du modèle n'admet pas encore une justification théorique complète de la définition des paramètres d'ajustement. Il serait souhaitable de modéliser mathématiquement ces paramètres, particulièrement le coefficient de formation a , le coefficient de compressibilité b et l'indice de filtration I_f .
- L'indice de filtration I_f est proportionnel à l'efficacité de la fibre unitaire à collecter des éléments fins. Afin de modéliser cet indice, il serait d'abord souhaitable d'identifier et de quantifier les facteurs pouvant influencer cette efficacité.
- Il serait intéressant de comparer le modèle de drainage proposé dans ce travail avec l'équation de Taylor permettant de calculer le drainage au niveau d'un pontuseau (PIRES et al., 1988).

Le modèle développé dans le cadre de ce projet est actuellement utilisé dans de nouveaux projet d'études au CTP. Une première étude consiste à améliorer le modèle en tenant compte de la rétention physico-chimique, celle-ci pouvant influencer la rétention mécanique des fines et des charges en modifiant la rétention initiale et l'indice de

filtration de ces composantes. Un deuxième projet consiste à intégrer le présent modèle dans un modèle de simulation dynamique (développé avec G2[®]) d'une usine de fabrication de papier, fonctionnant en circuit fermé. Ce projet fait partie d'une étude conjointe entre le CTP, l'École Française de Papeterie de Grenoble (EFPG) ainsi que des partenaires allemands. L'objectif de ce projet est d'évaluer les effets de la fermeture des circuits ainsi que d'évaluer différentes stratégies de contrôle. Finalement, l'objectif d'un troisième projet est de généraliser le présent modèle aux machines à double toiles.

RÉFÉRENCES

AHN, J. (1995). Influence du type de toile sur l'égouttage et la formation des papiers graphiques. *Revue A.T.I.P.*, 49 (6), 238-244.

ALEXANDER, S.D., DOBBINS, R.J. (1977). The Buildup of Dissolved Electrolytes in a Closed Paper Mill System. *TAPPI Journal*, 60 (12), 117-120.

ALINCE, B., PETLICKI, J., VAN DE VEN, T.G.M. (1990). Kinetics of Clay Particle Deposition on Pulp Fibers. *Inv. Téc. Papel*, 105, 452-460.

AL-JABARI, M., VAN HEININGEN, A.R.P., VAN DE VEN, T.G.M. (1994). Modeling the Flow and the Deposition of Fillers in Packed Bed of Pulp Fibers. *Journal of Pulp and Paper Science*, 20 (9), J249-J253.

BEAR, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Publishing Company inc.

BERTHOLD, J., SALMEN, L. (1997). Effects of Mechanical and Chemical Treatments on the Pore-Size Distribution in Wood Pulps Examined by Inverse Size-Exclusion Chromatography. *Journal of Pulp and Paper Science*, 23 (6), J245-J253.

BOUSFIELD, D.W., XU, J. (1993). Effect and Modelling of Shear Rate and Drainage Rate on Retention of Fines. *Papermakers Conference*, avril, 95-101.

BRITT, K.W., UNBEHEND, SHRIDHARAN, R. (1986). Observation on Water Removal in Papermaking. *TAPPI Journal*, 76-79.

CARRE, B. (1992). *Contribution à une meilleure compréhension des mécanismes de rétention et de floculation intervenant dans la fabrication du papier*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

DE CHOUDENS, C. et VALLETTE, P. (1989). *Le bois, la pâte, le papier*. 2^{ème} édition, Centre Technique de l'Industrie des Papiers, Cartons et Celluloses.

DYER, D.A., MEYER, H., NELSON, R.W. (1980). Retention Dynamics for Small Particles on Cylindrical Fibres. I. *Paperi Puu*, 62 (11), 699-702, 705-706, 723.

EL-HOSSEINY, F., YAN, J.F. (1980). Analysis of Canadian Standard Freeness. *Pulp and Paper Canada*, 81 (6), T 113-T 115.

EL KADERI. (1992). *Étude de l'automatique à l'aide d'un système mécanique complexe : Application à la caisse d'arrivée et à la table de formation de l'industrie papetière*. Thèse de doctorat, Université Laval, Canada.

ESTRIDGE, R. (1962). The Initial Retention of Fibers by Wire Grids. *Tappi*, 45 (4), 285-291.

GRAFF S. (1991). *Analyse de la distribution de matière dans la partie humide d'une machine à papier*. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal.

HAN, S.T. (1962). *TAPPI Journal*, 45 (4) 292.

JAYCOCK. M.J., SWALES, D.K. (1994). The Theory of Retention. *Paper Technology*, 26-33.

KEREKES, R.J., SCHELL, C.J. (1992). Characterisation of Fibre Flocculation Regimes by a Crowding Factor. *Journal of Pulp and Paper Science*, 18 (1), J32-J38.

MANSON, D.W. (1995). The Practical Aspects of Formation. *TAPPI Short Courses*.

MEYER, H. (1971). Hydrodynamics of the Sheet-Forming Process. *TAPPI Journal*, 54 (9), 1426-1450.

NOÉ, P. (1991). *Calcul de la charge spécifique d'arêtes*. Centre Technique du Papier de Grenoble, rapport interne.

NORMAN, B. (1990). The Water and Fiber Flow System in the Paper and Board Mill. *Eucepa conf. proc.*, Stockholm 8-11 mai, 217-226.

PARKER, P. (1980). Utility of Modeling for Predicting Closure Effects. *IPC Midwest Regional Conf. Proc.*, Chicago 22 avril, 13-20.

PIRES, E.C., SPRINGER, A.M., KUMAR, V. (1988). Computational Model for Water Drainage in Fourdrinier Paper Machines. *TAPPI Journal*, 133-139.

PIRES, E.C. (1995). Um modelo de desaguamento de massas celulósicas para aplicação em máquina de papel e prensas de desaguamento de lodo. *O Papel*, 60-65.

RADOSLAVOVA, D., ROUX, J.C., ROZALINOV, D. (1993). Détermination de la charge des fibres en suspension aqueuse par la demande ionique. *Revue A.T.I.P.*, 47 (1), 35-46.

RAMARAO, B.V. (1993). Dynamics of Fine Particle Retention in Fibrous Media. *TAPPI Engineering Conference*, 2, Orlando, 455-476.

ROUX, J.C. (1996). Communication personnelle.

SAMPSON, W.W., KROPHOLLER, H.W. (1996). Batch Drainage Curve for Pulp Characterization. *TAPPI Journal*, 79 (1), 151-160.

SCHEIDEGGER, A.E. (1974). *The Physics of Flow through Porous Media*. Third edition, University of Toronto Press.

SMOLUCHOWSKI, M. (1917). *Journal of Physical Chemistry*, 92, 129.

SMOOK, G.A. (1989). *Handbook for Pulp and Paper Technologists*. TAPPI Press, Atlanta.

TAPPI Test Methods. (1992-1993). Tappi Press, Atlanta, Georgia.

VAN DE VEN, T.G.M. (1984). Theoretical Aspects of Drainage and Retention of Small Particles on the Fourdrinier. *Journal of Pulp and Paper Science*, 10 (3), J57-J63.

VAN DE VEN, T.G.M. (1989). Physicochemical and Hydrodynamic Aspects of Fines and Fillers Retention. *Mechanical Engineering Publications Ltd*, 1.

VAN DE VEN, T.G.M. (1993). Particle Deposition on Pulp Fibers : The Influence of Added Chemicals. *Nordic Pulp and Paper Research Journal*, 1 130-134,147.

WAHLSTROM, B., O'BLENES, G. (1962). The Drainage of Pulps at Paper-Making Rates and Consistencies Using a New Drainage Tester. *Pulp and Paper Magazine of Canada*, T-405-T-417.

ANNEXE I

Bilan de quantité de mouvement autour d'un volume de contrôle

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{autour du volume}} + \sum \vec{F}_{\text{poids de la suspension}}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{autour du volume}} = P_{\text{ext}}A - P_{\text{atm}}A + F_{\text{toile}} + \tau A_L$$

$$\sum \vec{F}_{\text{poids de la suspension}} = -\rho g H(t)A$$

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vc}} \vec{u} \rho dV + \int_{\text{sc}} \vec{u} \rho \vec{u} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{u} = \frac{dH}{dt} \quad \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vc}} \frac{dH}{dt} \rho dV = \frac{d^2H}{dt^2} \rho V$$

Donc

$$\sum \vec{F} = \frac{d^2H}{dt^2} \rho V = P_{\text{ext}}A - P_{\text{atm}}A + F_{\text{toile}} + \tau A_L - \rho g H(t)A$$

on divise par ρA :

$$\frac{d^2H}{dt^2} \frac{\rho V}{\rho A} = \frac{P_{\text{ext}}A}{\rho A} - \frac{P_{\text{atm}}A}{\rho A} + \frac{F_{\text{toile}}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A} - \frac{\rho g H(t)A}{\rho A}$$

Finalement on obtient:

$$H \frac{d^2H}{dt^2} = \frac{P_{\text{ext}}}{\rho} - \frac{P_{\text{atm}}}{\rho} + \frac{F_{\text{toile}}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A} - gH$$

$$H \frac{d^2H}{dt^2} + gH = \frac{P_{\text{ext}} - P_{\text{atm}}}{\rho} + \frac{F_{\text{toile}}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A}$$

ANNEXE II

Loi de Navier-Stokes en milieu poreux

$$\frac{-dP}{dz} = \mu a_0 \frac{dH}{dt} + \rho b_0 \left(\frac{dH}{dt} \right)^2$$

forces visqueuses forces d'inertie

$$dz = \frac{dW}{C_m}$$

W : grammage

C_m : concentration dans le matelas fibreux

$$-\frac{dP}{dW} = \mu \frac{a_0}{C_m} \frac{dH}{dt} + \rho \frac{b_0}{C_m} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2$$

$$a_0 = \frac{h_k(1-\varepsilon)^2 S_0^2}{\varepsilon^3} \quad b_0 = \frac{0.1\sqrt{h_k}(1-\varepsilon)S_0}{\varepsilon^3}$$

or $\varepsilon = 1 - \alpha C_m$ où α est le volume spécifique $= \frac{1}{\rho_F}$

donc

$$\frac{a_0}{C_m} = \frac{1}{C_m} \left[\frac{h_k(1-\varepsilon)\alpha C_m S_0^2}{\varepsilon^3} \right]$$

$$\frac{a_0}{C_m} = \frac{h_k(1-\varepsilon)\alpha S_0^2}{\varepsilon^3} = Rf_{\text{spec}}$$

$$\frac{b_0}{C_m} = \frac{1}{C_m} \left[\frac{0.1\sqrt{h_k}S_0\alpha C_m}{\varepsilon^3} \right]$$

$$\frac{b_0}{C_m} = \frac{0.1\sqrt{h_k}S_0\alpha}{\varepsilon^3} = Ri_{\text{spec}}$$

Finalement

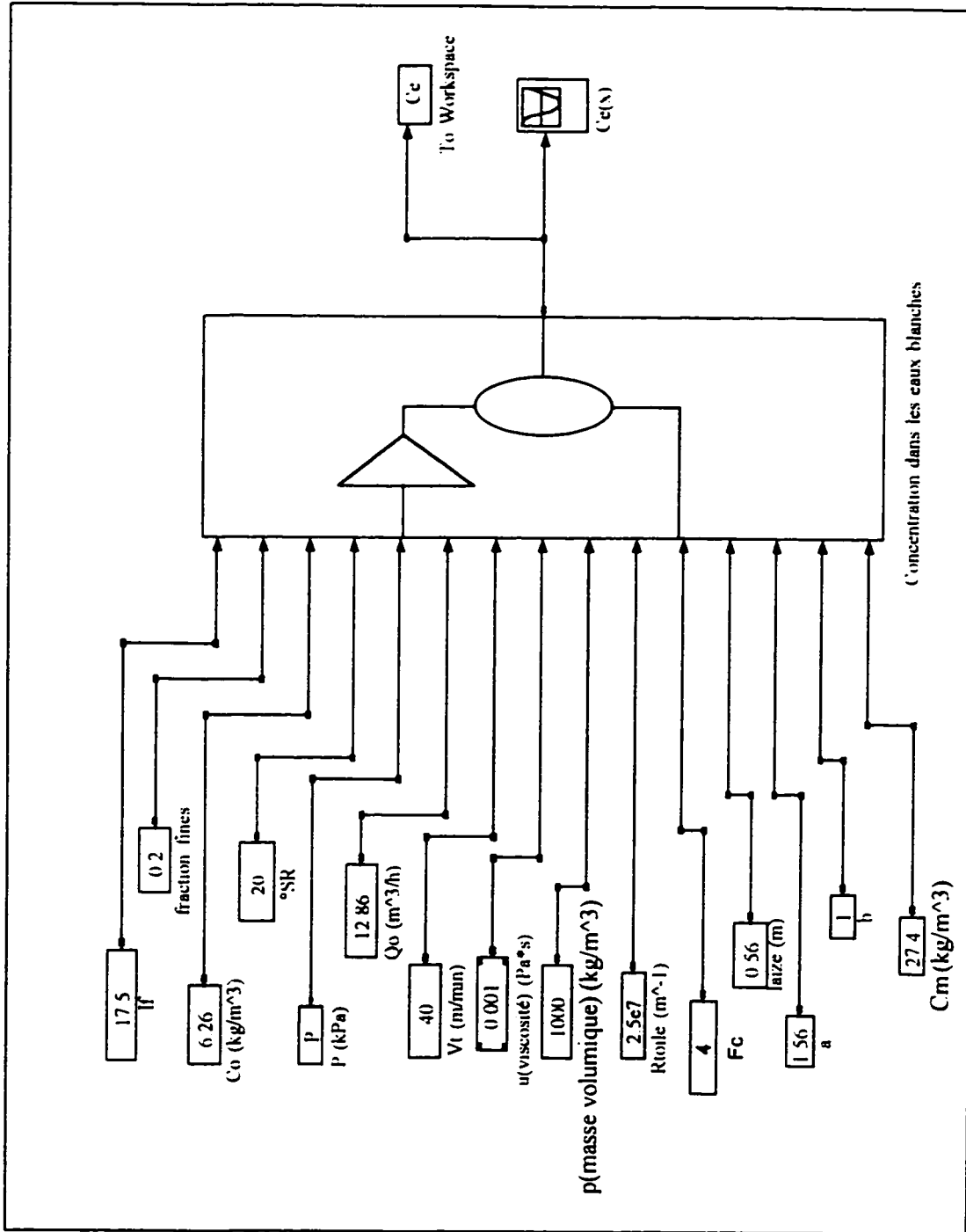
$$\frac{-dP}{dW} = \mu R f_{\text{spec}} \frac{dH}{dt} + \rho R i_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2$$

$$\Delta W = C_0 \eta (H_0 - H(t))$$

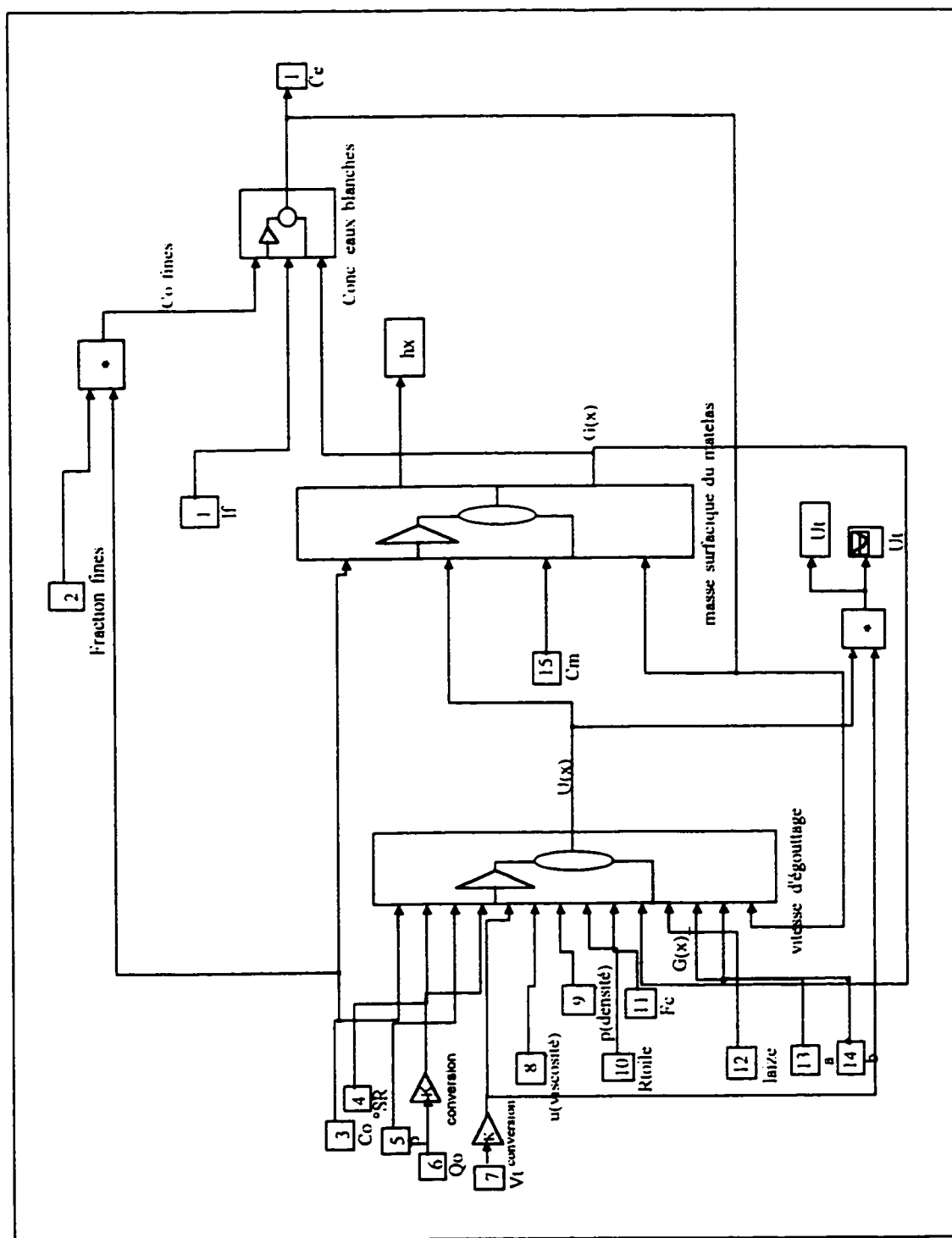
$$-\Delta P = \left[\mu R f_{\text{spec}} \frac{dH}{dt} + \rho R i_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] C_0 \eta (H_0 - H(t))$$

ANNEXE III

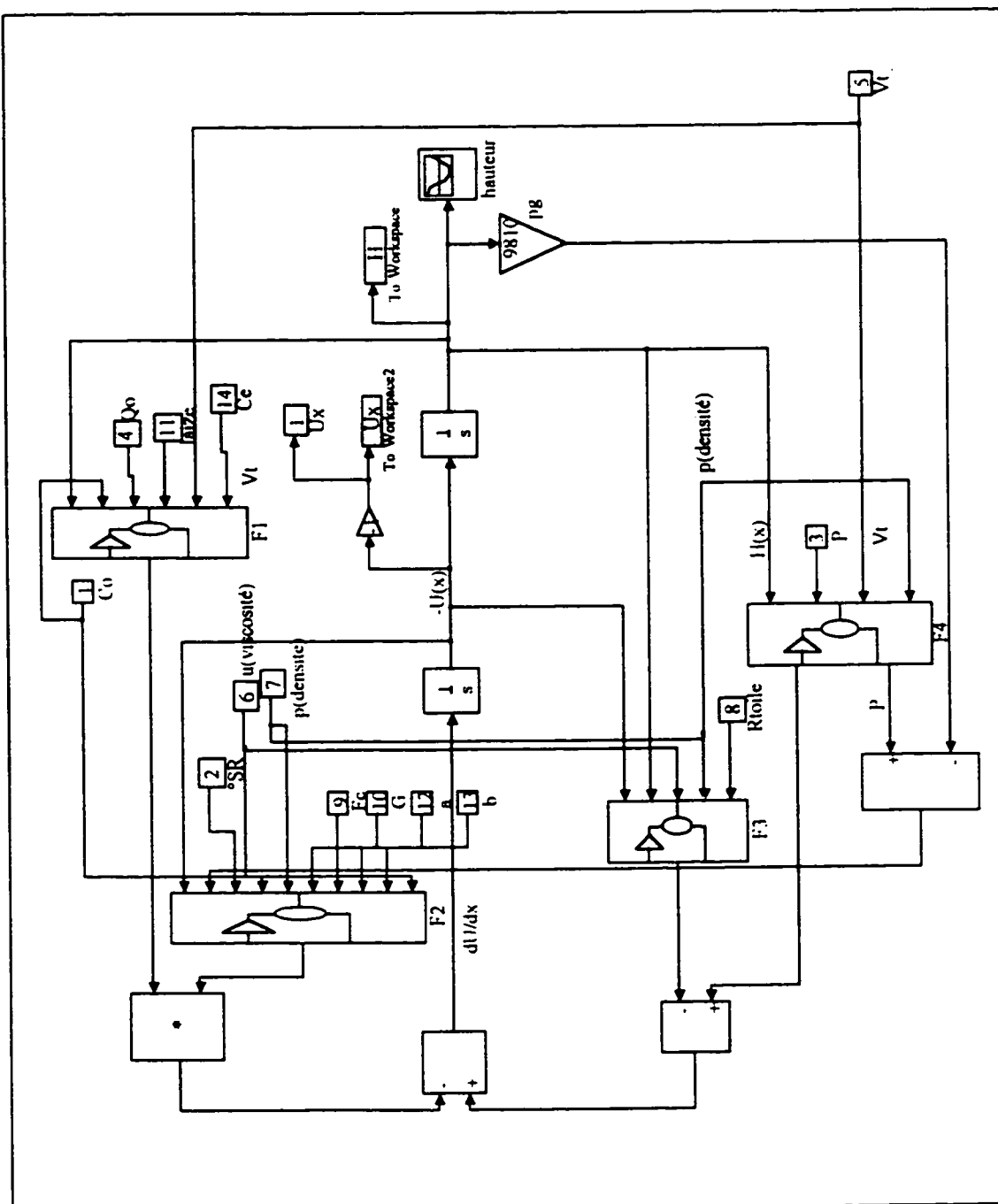
Définition du modèle dans Simulink



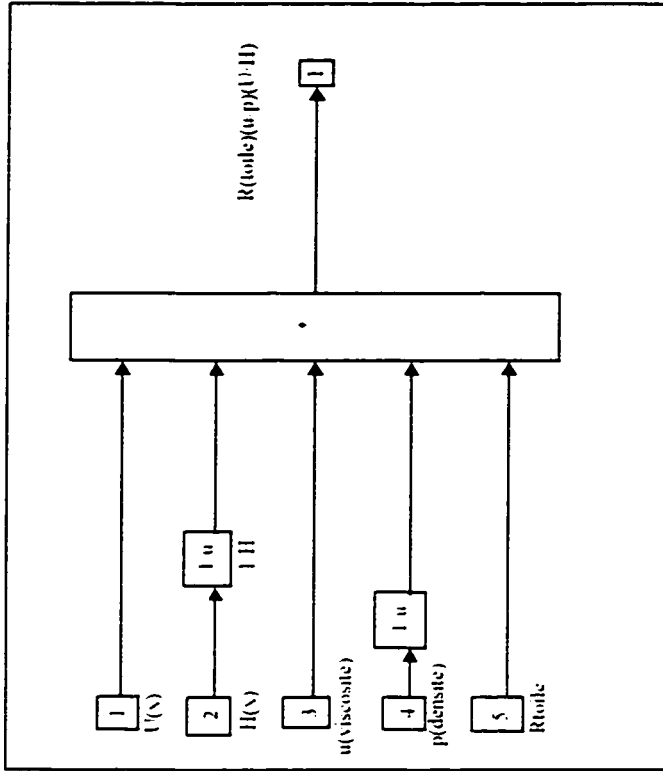
Bloc principal



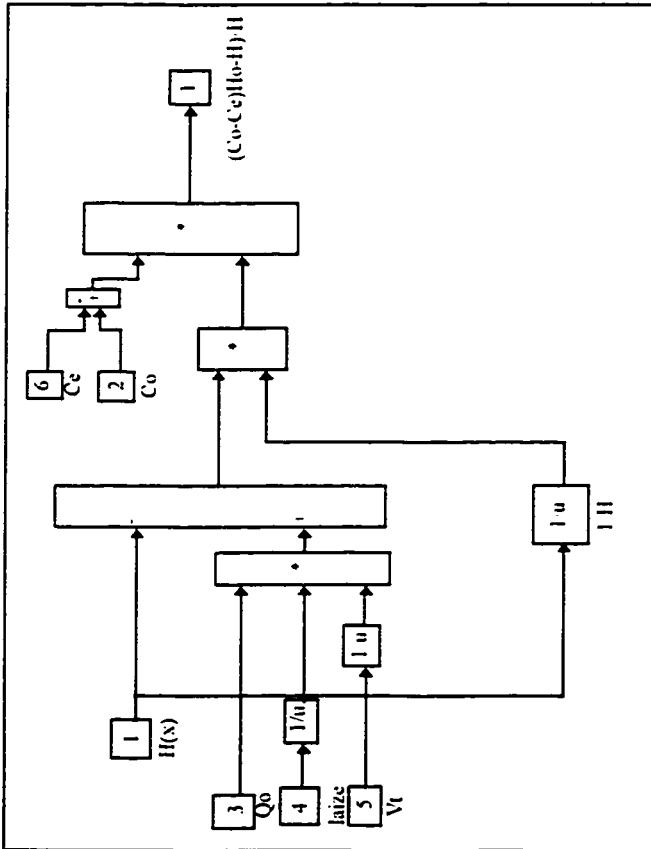
Définition du bloc principal



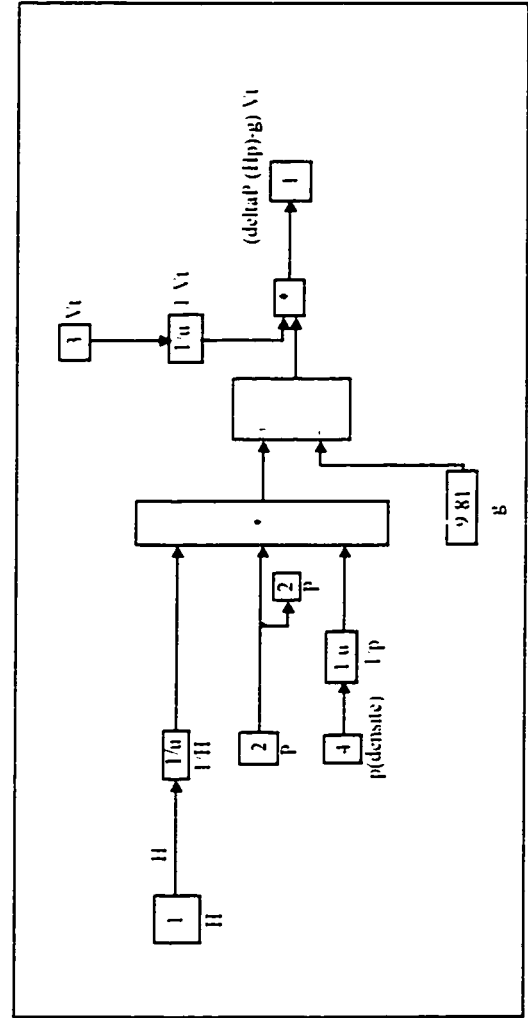
Vitesse d'égouttage - Equation différentielle du deuxième ordre



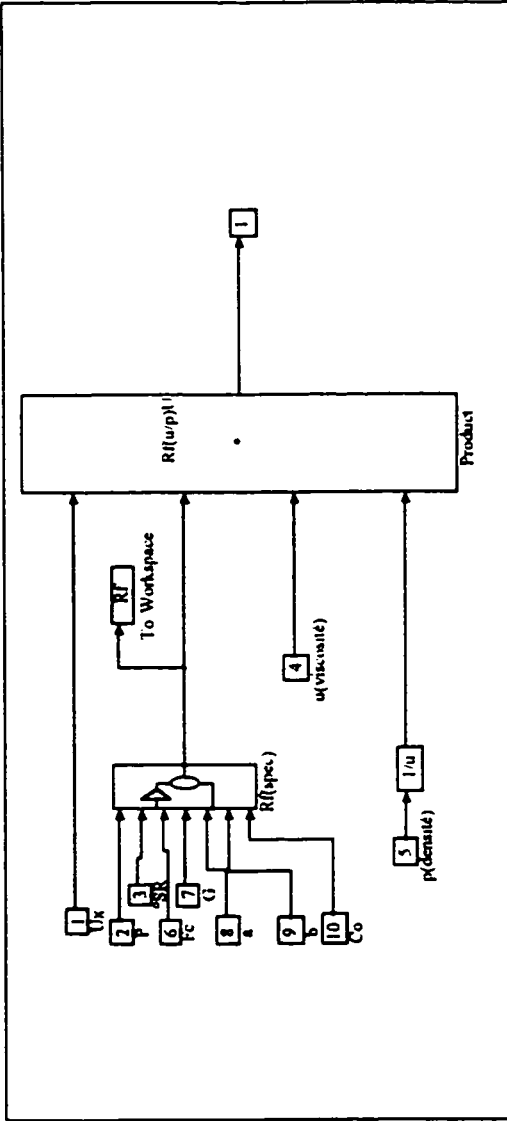
F3



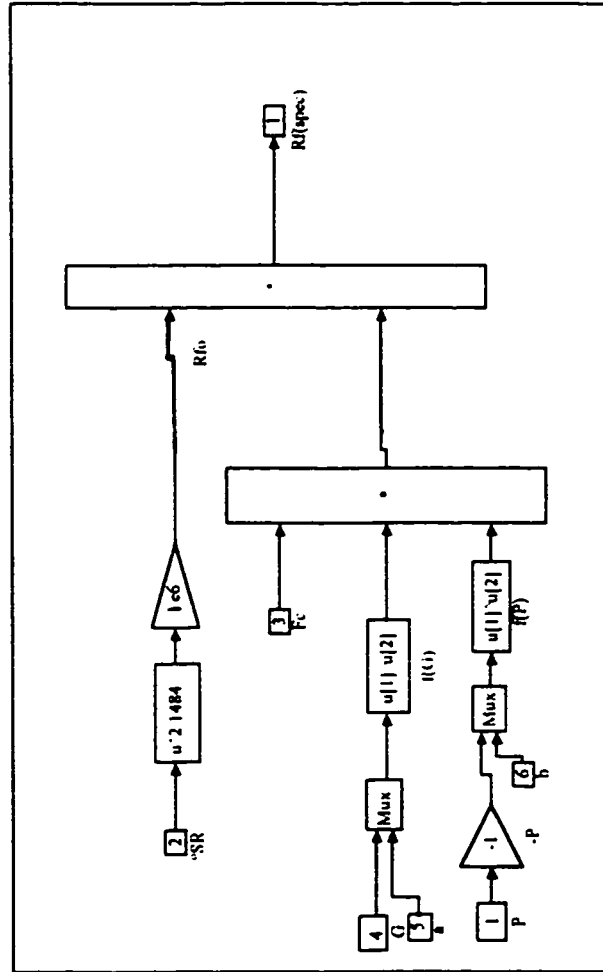
F1



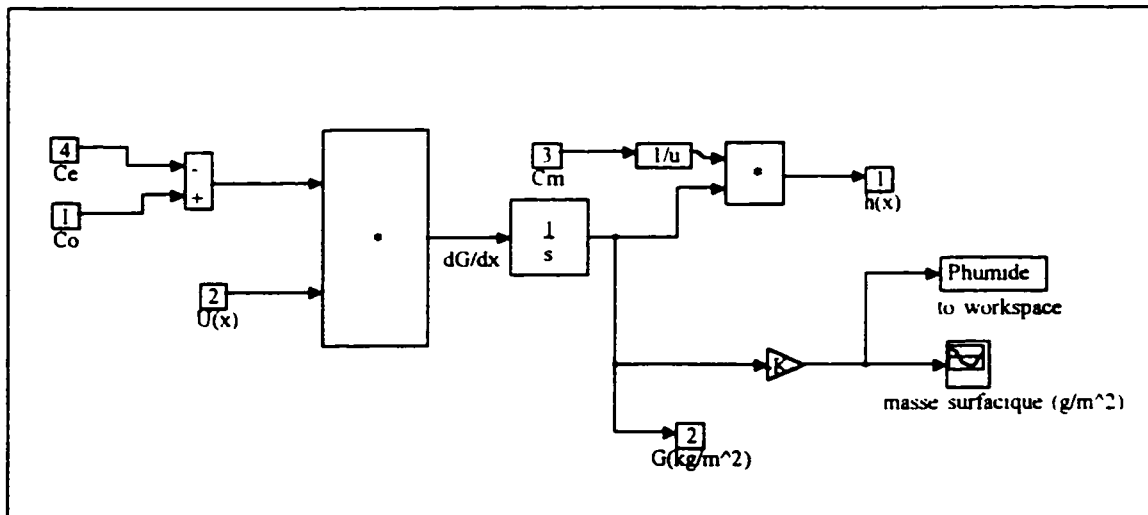
F4



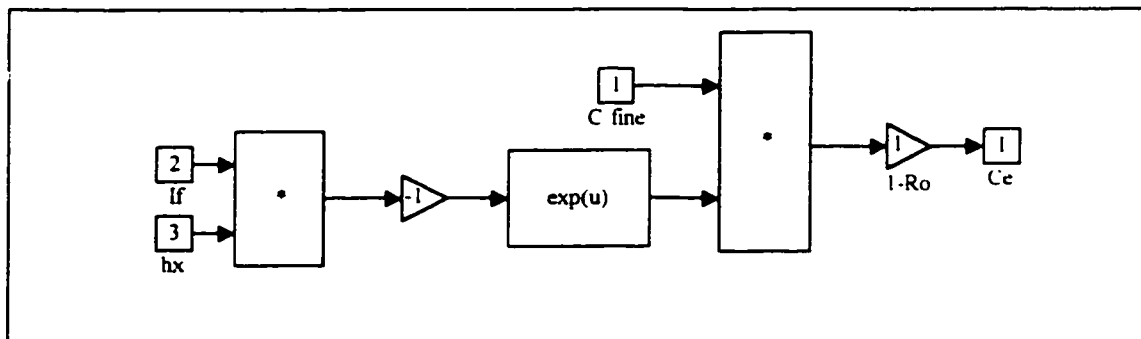
F2



Résistance spécifique à la filtration



Masse surfacique cumulée



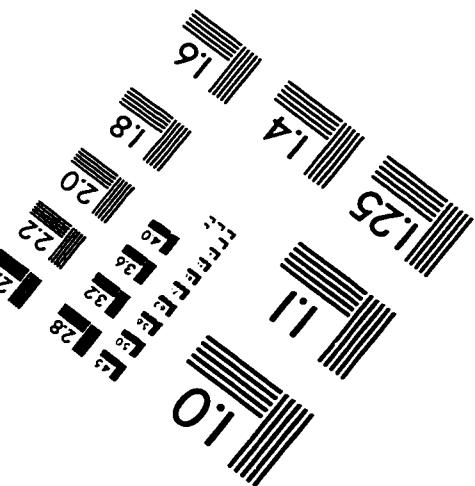
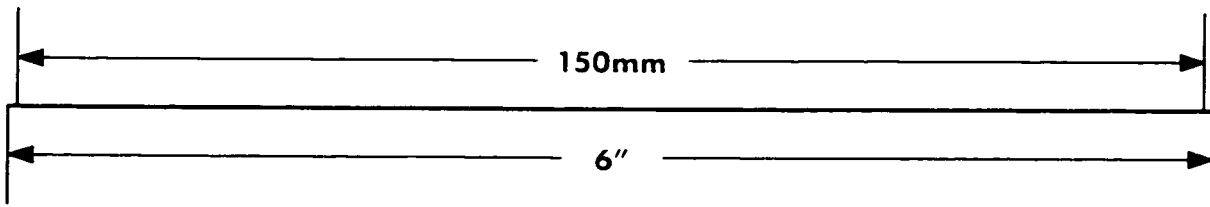
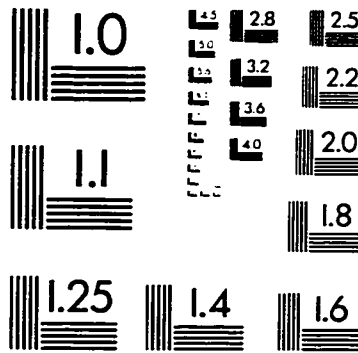
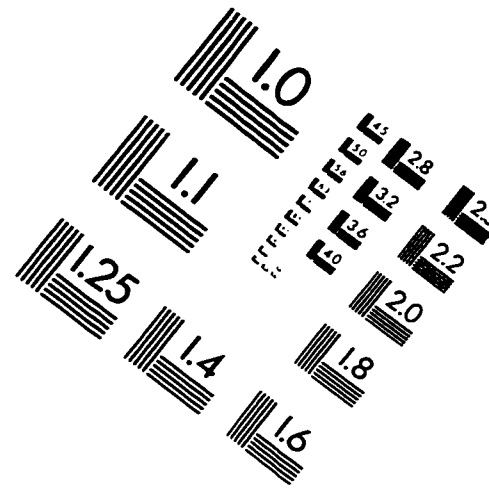
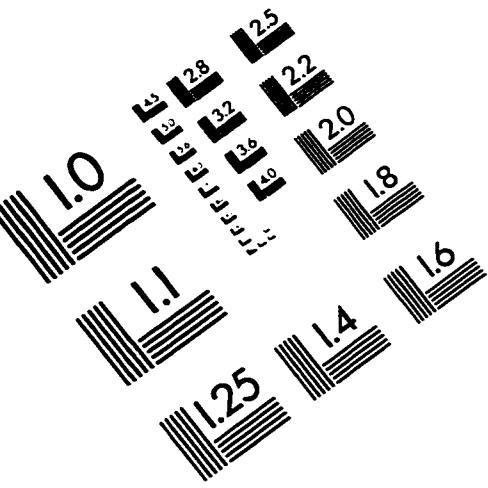
Concentration dans les eaux blanches

ANNEXE IV

Données brutes d'échantillonnage

N° du pontuseaux	Masse de l'eau (g)	Temps (s)	Débits (l/h)	Concentration (kg/m ³)
CAH (caisse aspirante)			4412	1.136
I ₀			1360	0.78
I ₁	10.9	90	436	0.86
I ₂	8.7	90	348	0.80
I ₃	7.4	90	296	0.76
I ₄	6.55	90	262	0.74
I ₅	5.8	90	232	0.73
I ₆	5.25	90	210	0.71
I ₇	6.8	120	204	0.74
I ₈	5.95	105	204	0.75
I ₉	6.8	120	204	0.78
I ₁₀	5.8	120	174	0.52
I ₁₁	3.8	90	152	0.75
I ₁₂	6.8	120	204	0.65
I ₁₃ I ₁₄	7	60	420	0.74
I ₁₅ I ₁₆ I ₁₇	10.4	90	416	0.63
I ₁₈ I ₁₉ I ₂₀	10.8	120	324	0.80
I ₂₁ I ₂₂ I ₂₃	9.7	120	291	0.65
I ₂₄ I ₂₅ I ₂₆	8.6	120	258	0.58

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc.
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

